



N° 132
Diciembre 1990

Documento de Trabajo

ISSN (edición impresa) 0716-7334

ISSN (edición electrónica) 0717-7593

Fondos de Pensión: Políticas de Inversión, Performance e Información a los Afiliados

Eduardo Walker

ISSN:0716-7334

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
INSTITUTO DE ECONOMIA**

Oficina de Publicaciones
Casilla 274 - V, Correo 21, Santiago

**FONDOS DE PENSION:
POLITICAS DE INVERSION,
PERFORMANCE E INFORMACION
A LOS AFILIADOS**

Eduardo Walker Hitschfeld*

Documento de Trabajo N° 132

Diciembre, 1990

* Ingeniero Comercial, Pontificia Universidad Católica de Chile. Ph. D. Graduate School of Business, University of California at Berkeley. Profesor Escuela de Administración, Pontificia Universidad Católica de Chile.

El autor agradece a Leonardo Hernández, Augusto Iglesias y en particular a Salvador Valdés, las ideas, comentarios y sugerencias recibidas durante la elaboración de este trabajo. En materia de datos necesarios para la elaboración del mismo, se agradece la colaboración de AFP Habitat.

Se agradece muy especialmente el valioso apoyo financiero de la Línea de Investigación del Sistema Previsional del Instituto de Economía, que ha recibido donaciones de AFP Provida.

Obviamente, los errores son responsabilidad exclusiva del autor.

ABSTRACT

Este artículo analiza el tipo de políticas de inversión que deberían seguir los fondos de pensiones. En cuanto a inversión en renta fija, se concluye que dado el horizonte actual de jubilación deben buscarse plazos largos para aprovechar los premios por liquidez existentes en Chile. Se concluye además que el porcentaje invertido en acciones es consistente con un muy alto grado de aversión al riesgo. En cuanto a performance, se estima que las AFP no ajustan los plazos de sus carteras en función de los cambios futuros en tasas de interés. Asimismo, no hay evidencia de rentabilidades significativamente diferentes entre AFP. Por ende, las rentabilidades históricas tienen poco poder predictivo. Se diagnostica que, unido a lo anterior, la brevedad del horizonte para la medición de desempeño de las AFP es causante de confusión entre los afiliados y corto placismo en la competencia entre AFP vía políticas de inversión. Por lo anterior y otras consideraciones, se proponen modificaciones concretas al sistema de información sobre rentabilidades de los fondos de pensiones.

I	INTRODUCCION	1
II	FUNCIONES OBJETIVO ADECUADAS PARA UN FONDO DE PENSIONES	2
III	PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA A SER RESUELTO POR EL FONDO DE PENSIONES	4
III.1	Consideraciones Previas	4
III.2	Formulación General del Problema	6
III.3	Formulación Recursiva	6
III.4	Casos Especiales	9
	Caso 1: Instrumentos "cortos" versus "largos"	9
	Caso 2: Instrumentos Cortos, Medianos y Largos	16
	Caso 3: Acciones vs. Renta Fija	21
III.5	Políticas de Inversión Adecuadas: Conclusiones a la Luz de la Evidencia Empírica Chilena	24
	Inversión en Renta Fija	24
	Inversión en Acciones	27
IV	PROBLEMAS Y LIMITACIONES POTENCIALES DE ESTRATEGIAS DE INVERSION A LARGO PLAZO	29
IV.1	Horizonte de Evaluación	31
IV.2	Medición del Desempeño de las AFP y Posibles Ineficiencias del Mercado de Capitales Chileno	33
	¿Se anticipan las AFP a los cambios en el nivel de las tasas de interés?	33
	¿Pueden detectarse diferencias significativas entre las rentabilidades de las distintas AFP?	36
IV.3	Capacidad de análisis de información por parte de los afiliados ...	42
IV.4	¿Otras Limitaciones?	44
	Oferta copada	44
	Regulación y Valoración	44
	Flexibilidad en la política de inversiones	45

V	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES EN MATERIA DE DIVULGACION DE INFORMACION	46
V.1	Resumen y Conclusiones	46
V.2	Condiciones que debe Cumplir la Información Entregada	48
V.3	Sistema de Información Propuesto	50
	Información sobre rentabilidades históricas	50
	Información sobre rentabilidades futuras	53
	BILIOGRAFIA	58
	ANEXO 1: Un Modelo para las Tasas de Interés	60
	ANEXO 2: Sensibilidades de los TIR ante Cambios en la Tasa UF 90 días	62
	ANEXO 3: Capacidad Predictiva de los Plazos de las Carteras	63

I INTRODUCCION

Este artículo pretende, entre otros objetivos, contestar la pregunta : ¿qué información deberían divulgar los fondos de pensiones para mejorar la toma de decisiones de los afiliados?

Es evidente que la respuesta a esta pregunta es difícil, ya que depende de un sinnúmero de factores teóricos, legales, institucionales, y culturales, tal como la capacidad de procesamiento de información por parte de los afiliados. Por ello no puede esperarse una respuesta que resuelva todas las dificultades posibles, pero sí una que mejore la situación actual en materia de divulgación de información.

Idealmente, el tipo de información que deberían divulgar los fondos de pensiones debería ser tal que los afiliados pudieran apreciar con claridad qué fondo de pensiones es el que más les conviene. En otras palabras, qué información es relevante se deduce de la respuesta a la pregunta: ¿qué debería esperar (o exigir) un afiliado del administrador de su fondo de pensión?

En principio, la respuesta que se esperaría de un afiliado es:

..."altas rentabilidades a bajo riesgo y bajo costo."

Pensando cómo podría lograrse lo anterior, se llega a la respuesta:

..."Siguiendo estrategias de inversión 'adecuadas', dadas las preferencias de los afiliados, comprando los 'mejores' instrumentos financieros (vendiendo los peores) 'en el momento preciso'."

En esta respuesta pueden apreciarse tres elementos que son útiles llegado el momento de determinar qué información debería divulgarse. Primero está la idea de una estrategia de inversión adecuada. Aquí hay un planteamiento de fondo, en términos de poder distinguir qué constituye una estrategia de inversión adecuada, dada una determinada función objetivo. La primera parte de este artículo, de naturaleza fundamentalmente teórica, se preocupa de analizar este problema: identificar funciones objetivo adecuadas para los fondos de pensiones. Dado esto, se plantea el problema que

enfrentan los fondos de pensiones en términos formales, para luego estudiar el tipo de estrategias que satisfacen los objetivos planteados.

La idea de seleccionar los mejores instrumentos ("selectividad") en el instante preciso ("timing") es un problema de carácter empírico para el afiliado. ¿Puede el afiliado determinar con algún grado de confianza qué AFP ha tenido éxito en su selectividad y en su "timing"? Los capítulos siguientes, de naturaleza más empírica, se preocupan de definir y analizar estos problemas, considerando los resultados encontrados en la parte teórica.

Por último, este artículo hace recomendaciones en cuanto a la información sobre fondos de pensiones que debería ser divulgada o enfatizada, a la luz del análisis realizado y las prácticas actuales de entrega de información.

II FUNCIONES OBJETIVO ADECUADAS PARA UN FONDO DE PENSIONES

Determinar qué tipo de objetivos debería perseguir un fondo de pensiones está estrechamente relacionado al motivo que da origen a los sistemas previsionales de carácter obligatorio. Existen diversas hipótesis para explicar la existencia de un sistema de ahorro previsional obligatorio. Aquí se destacan dos:

Hipótesis 1: El ahorro espontáneo de la gente es insuficiente como para satisfacer las necesidades de la vejez.

Hipótesis 2: El sistema previsional obligatorio es un mero mecanismo que surge para facilitar el ahorro privado.

La primera hipótesis surge de una visión paternalista del Estado con respecto al comportamiento espontáneo de la gente. La idea es que si los individuos no fueran forzados a ahorrar, el ahorro acumulado para la vejez sería "insuficiente" como para satisfacer las necesidades que surgen en esa etapa de la vida, a juicio del Estado e incluso de los propios afiliados al llegar a la vejez. En otras palabras, el óptimo privado lleva a un ahorro insuficiente, debido a una suerte de "racionalidad limitada" por parte de los afiliados.

Diamond [6] presenta evidencia en favor de esta hipótesis para el caso de Estados Unidos. Este autor muestra que un porcentaje importante de la gente (entre 20% y 50%) no acumula un ahorro suficiente como para satisfacer sus necesidades básicas a la edad de retirarse de la fuerza laboral. Según esta evidencia, la única forma de garantizar un estándar razonable de vida es a través del establecimiento de un sistema de ahorro forzoso para la vejez.

La segunda hipótesis supone que el ahorro previsional obligatorio es un "mero complemento" al ahorro privado. Esto significa que la distinción entre un fondo mutuo, una libreta de ahorro y un fondo de pensión sería tenue, pues este último sólo representa un mecanismo adicional de ahorro.

En el contexto de un mercado de capitales perfecto, sólo la segunda hipótesis tiene sentido. Esto es así porque en un mercado de capitales perfecto el afiliado puede

deshacer cualquier política de inversión en activos financieros que estime inconveniente¹. Por ejemplo, si es obligado a cotizar más de lo que ahorraría en forma voluntaria, a lo largo de su vida el afiliado se endeudaría a cuenta de sus recursos previsionales. Si el ahorro forzoso fuera demasiado bajo, el afiliado haría un ahorro adicional. El mismo tipo de argumentos es aplicable a la composición de la cartera de los fondos de pensiones. En vista de lo anterior, se concluye que el sistema de ahorro previsional forzoso es relevante sólo cuando los afiliados no pueden revertir las políticas de inversión llevadas a cabo por las AFP, vale decir, debe existir algún tipo de imperfección en el mercado de capitales².

Dependiendo de cuál de las dos hipótesis planteadas sea cierta, los objetivos que deben perseguir las AFP son distintos.

Bajo la visión paternalista, la AFP debe maximizar algún tipo de función de utilidad imputada al afiliado (de facto) por el Estado. Esta función de utilidad puede interpretarse de varias maneras: puede corresponder a la función de utilidad del legislador o bien, a la "función de utilidad que tendrán los afiliados al jubilar" que se supone conocida por parte de un Estado benefactor. En este caso, hay una clara definición de los objetivos de las AFP en forma independiente de las decisiones de ahorro y consumo de los afiliados a través del tiempo. La legislación actual permite suponer que las funciones de utilidad imputadas muestran aversión al riesgo (por parte del legislador o del afiliado), ya que las políticas de inversión de las AFP se encuentran fuertemente reguladas y sesgadas hacia instrumentos de renta fija, en particular estatales o con garantía del Estado. Este modelo tiene la virtud de ser relativamente simple, pero tiene el inconveniente de no asegurar que se esté maximizando el bienestar privado del afiliado, destinatario último de los recursos administrados por las AFP.

Bajo la otra hipótesis, la AFP tiene el rol de administrar los recursos de sus afiliados de la misma forma que un fondo mutuo, o cualquier otra organización a la cual el

¹ Este es el argumento clásico de Modigliani y Miller, quienes lo utilizan para demostrar la irrelevancia de las políticas de financiamiento de las empresas.

² Es importante tener presente que, en el contexto de la literatura financiera, "perfección" implica "eficiencia" desde el punto de vista de la información, pero, tal como se reiterará más adelante, un mercado de capitales imperfecto no necesariamente es ineficiente.

afiliado ha confiado parte de sus ahorros. Aquí la función objetivo de la AFP no puede analizarse en forma independiente de las decisiones de ahorro y consumo del afiliado a lo largo de su vida. La riqueza del afiliado es una sola, independientemente de su fuente, por lo que plantear funciones de utilidad distintas, una para las decisiones voluntarias y otra para las decisiones que toma la AFP a cuenta del afiliado es equivalente a "tener una función de utilidad para el dinero en el bolsillo izquierdo y otra para el dinero del bolsillo derecho", lo que es obviamente inconsistente. De hecho, en este modelo la AFP debe utilizar la función de utilidad de su afiliado para sus decisiones de cartera. Podría pensarse en una suerte de principio de separación de Fisher para justificar una delegación eficiente de la administración de los ahorros previsionales, pero este principio se aplica a las inversiones reales. Aún así, para que se cumpla este principio de separación, en general se requiere de un mercado de capitales perfecto, y en este último caso, tal como fue discutido, la relevancia del sistema previsional es cuestionable.

Se adoptará aquí la visión paternalista del sistema previsional, en virtud de la evidencia presentada por Diamond y de su simplicidad relativa. Esto significa que las AFP, con sus políticas de inversión, deberían maximizar una función de utilidad imputada por el Estado a los afiliados. Dada la legislación actual, que busca altas rentabilidades pero seguridad en la inversión, se supone aquí que la función de utilidad crece con la riqueza terminal a tasas decrecientes, vale decir, existe aversión al riesgo.

En otras palabras, se supone un Estado benefactor que impone preferencias que pueden ser representadas por una función de utilidad Monotónicamente Creciente y Estrictamente Cóncava (MISC), consistente con los axiomas (Von Neumann-Morgenstern) de maximización de utilidad esperada. Dicha función de utilidad representa a los propios afiliados en su vejez y tiene como único argumento la riqueza terminal acumulada al momento de la jubilación.

En las secciones que siguen, se analizará un conjunto de funciones objetivo consistentes con los supuestos de aversión al riesgo y maximización de utilidad esperada. Para cada tipo de función de utilidad, se analizarán las estrategias de inversión que cumplirían con el objetivo de maximizarla. También se estudiará el plazo óptimo para las inversiones. El problema se plantea suponiendo que existe un "afiliado tipo o representativo" para una AFP.

III PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA A SER RESUELTO POR EL FONDO DE PENSIONES

III.1 Consideraciones Previas

Durante los últimos treinta años, la teoría financiera ha hecho hincapié en la importancia de considerar en las decisiones de inversión no sólo el retorno esperado sino también el riesgo comprometido en dicho retorno. Usualmente se piensa en el riesgo involucrado en la inversión en acciones, comparado con la inversión en instrumentos de renta fija. Sin embargo, en el contexto de los instrumentos de renta fija también existen distintos niveles de riesgo. Habitualmente se postula que es relativamente más seguro invertir en instrumentos de corto plazo que en los de largo plazo, debido a la distinta sensibilidad que tienen los instrumentos ante cambios en las tasas de interés, y también debido al riesgo de crédito del emisor, que supuestamente aumenta junto con el plazo del instrumento.

Esto ha llevado a plantear que, suponiendo que los instrumentos más largos son más riesgosos, para inducir a los inversionistas a que compren dichos papeles deberá pagárseles un "premio por liquidez"³, lo que se interpreta como que los instrumentos de largo plazo rentan más que los de corto plazo, en promedio.

Al margen del riesgo de crédito del emisor, el punto de vista anterior sufre de una deficiencia: el grado de riesgo de un instrumento de renta fija depende del horizonte de planeación del inversionista. En efecto, para un inversionista de corto plazo no cabe duda de que un bono de largo plazo es más riesgoso que uno de corto plazo. Sin embargo, desde la perspectiva de un inversionista con un horizonte de planeación de diez años, es claro que un bono que ofrezca sólo un pago dentro de diez años es el más seguro de todos. De este modo, un inversionista "largo" inserto en una economía con un horizonte "corto" podría verse beneficiado por el premio por liquidez.

Este bien parece ser el caso de la mayoría de los afiliados al nuevo sistema previsional. Se presume que ellos tienen aversión al riesgo y al afiliado promedio le faltan alrededor de 30 años para jubilar, por lo que en este sentido el horizonte de planeación es lejano.

³ Ver Hicks (1946) y Keynes (1936), por ejemplo, citados en Copeland y Weston [4], pp. 68-69.

Entonces, parece natural recomendar a los fondos de pensión que inviertan los recursos en instrumentos de largo plazo para aprovechar el premio por liquidez y a la vez dar mayor seguridad a sus afiliados en relación al monto acumulado en la cuenta individual al jubilar. Esto se demuestra en forma analítica en los puntos siguientes.

Cabe preguntarse en qué medida podría maximizarse el bienestar de los afiliados siguiendo una política de inversión "miope", vale decir, preocupándose sólo de los resultados de corto plazo. Por ejemplo, la política de invertir todos los recursos en aquellos instrumentos financieros de corto plazo que brinden el mayor retorno esperado, período a período. En este caso, es casi seguro (en términos probabilísticos) que en el largo plazo se acumulará una "alta" riqueza. Sin embargo, esta política de inversión no toma en cuenta la (supuesta) aversión al riesgo por parte de los afiliados y, al margen de la regulación vigente, podría llevar a inversiones demasiado riesgosas tal como invertir todos los fondos en "la" acción que ofrezca el mayor retorno esperado. En este sentido, una política de inversión más conservadora podría lograr en mejor forma maximizar el bienestar de los afiliados.

A pesar de lo anterior, existen algunas circunstancias que justifican una estrategia miope, una en que sea necesario preocuparse sólo del futuro cercano y no de lo que ocurrirá a largo plazo. Esto sucede cuando las tasas de interés son indepenientemente distribuidas a través del tiempo⁴. Por ejemplo, cuando las tasas de interés futuras no pueden ser en algún grado predichas en base a la evolución reciente en las tasas de interés. Por el contrario, no sería óptimo seguir una política miope cuando las tasas de interés siguen un comportamiento autorregresivo⁵. El comportamiento miope también puede justificarse para un tipo específico de funciones objetivo⁶.

Las próximas secciones estudian algunos de los temas planteados aquí desde una perspectiva analítica.

⁴ Ver Ingersoll [8].

⁵ Cálculos preliminares del autor muestran una contundente evidencia en favor de la hipótesis de que las tasas de interés tienen un comportamiento autorregresivo en Chile.

⁶ Cuando la función que se desea maximizar es logarítmica.

III.2 Formulación General del Problema

Dada la discusión presentada en los puntos anteriores, se plantea aquí que los fondos de pensiones escogen sus carteras de inversión con tal de maximizar una única función terminal de utilidad esperada. Esta función es representativa de un afiliado que tiene aversión al riesgo por lo que es MISC y cumple con los axiomas de Von Neumann y Morgenstern de maximización de utilidad esperada⁷. El horizonte de jubilación es $\underline{T}$, por lo que desde la perspectiva del instante $\underline{t}$, el problema es

$$\text{Max } E_t U[W_T] \quad (1)$$

donde E_t representa el operador del valor esperado condicional, dada toda la información disponible en el instante $\underline{t}$, $U(\cdot)$ es la función de utilidad MISC, y W_T representa la riqueza terminal, que es incierta desde la perspectiva de $\underline{t}$. La maximización se hace con respecto a los porcentajes de la riqueza invertidos en los distintos activos a través del tiempo. La restricción que debe cumplirse en todos los períodos es que debe invertirse en instrumentos financieros la totalidad de la riqueza disponible. En el instante $\underline{t}$, la riqueza disponible para invertir es $W_t + Y_t$, donde W_t es la riqueza acumulada producto de las inversiones efectuadas en períodos anteriores e Y_t es la cotización neta que realiza el afiliado. Si Z_{t+1} representa al retorno bruto obtenido de la inversión entre el instante $\underline{t}$ y el instante $\underline{t+1}$, entonces se da la relación recursiva (ex-post)

$$W_{t+1} \equiv (W_t + Y_t) Z_{t+1} \quad (2)$$

Z_{t+1} es una función de la cartera de activos escogidos por la AFP y del "estado de la naturaleza" que ocurra en $t+1$.

En el instante $\underline{t}$, la AFP invierte la proporción α_t en el activo "riesgoso" $\underline{i}$. En términos vectoriales, α_t es un vector de $n \times 1$ que representa los porcentajes de la riqueza disponible en $\underline{t}$ que se invierten en los activos riesgosos. Asimismo, $1 - \alpha_t' \mathbf{l}_n$, representa la fracción de la riqueza invertida en el activo libre de riesgo, donde $\mathbf{l}_n$ es

⁷ Los axiomas aparecen en Copeland y Weston, op.cit.

un vector unitario de $n \times 1$. De esta forma, el retorno total (o bruto) del portfolio escogido Z_{t+1} se explica como sigue:

$$Z_{t+1} = \alpha_t' z_{t+1} + (1 - \alpha_t' \mathbf{1}_n) R_{t+1} \quad (3)$$

o bien

$$Z_{t+1} = \alpha_t' (z_{t+1} - \mathbf{1}_n R_{t+1}) + R_{t+1} \quad (4)$$

Aquí z_{t+1} representa el vector de retornos (brutos) de los n activos riesgosos y R_{t+1} es el retorno bruto del activo libre de riesgo entre t y $t+1$. Es necesario precisar que este último activo se supone libre de riesgo en el sentido de que *ex-ante* se conoce cuál será el resultado de la inversión en dicho instrumento.

De esta forma, el problema que debe resolver la AFP es maximizar (1) con respecto a todas las posibles trayectorias de α_t , sujeto a la restricción (4).

III.3 Formulación Recursiva

El problema planteado en el punto anterior, es un problema típico de programación dinámica, que se resuelve de "atrás para adelante". Para estos efectos, se define una "Función de Utilidad Indirecta" $J[W_t, t]$ como sigue:

$$J[W_t, t] \equiv \text{Max } E_t U[W_T] \quad (5)$$

Vale decir, $J(W_t, t)$ es la función objetivo evaluada en el plan óptimo para las proporciones de inversión en los distintos activos, dada la información disponible en t .

Debe cumplirse además que

$$J[W_T, T] \equiv U[W_T] \quad (6)$$

El problema anterior se resuelve buscando la política óptima de inversión para el último período ($T-1$) en función del nivel de riqueza disponible para ser invertida en ese

período y del tiempo (vale decir, resolver (5) sujeto a (4)). Luego se resuelve el problema para $T-2$, y así sucesivamente hasta llegar al instante t .

Dada la formulación anterior, es posible demostrar⁸ que el problema multiperiodico se transforma en un problema de dos periodos:

$$J[W_t, t] \equiv \max_{\alpha_t} E_t J[W_{t+1}, t+1] \quad (7)$$

sujeto a

$$W_{t+1} = (W_t + Y_t)(\alpha_t'(Z_{t+1} - I_n R_{t+1}) + R_{t+1})$$

Mediante la formulación recursiva anterior, puede resolverse el problema en forma relativamente fácil. Sin embargo, debe tenerse presente que, en general, la función de utilidad indirecta J sí depende de las oportunidades de inversión que se esperen para el futuro. La formulación anterior no significa que el problema puede resolverse íntegramente en forma "miope", mirando sólo un período hacia adelante en cada período. Sólo quiere decir que es posible encontrar una función objetivo relevante para las decisiones de este período que permite resolver el problema como si fuera uno de dos periodos. Dadas estas aclaraciones, a continuación se presentan las condiciones de primer orden:

$$E_t [J_w(Z_{t+1} - R_{t+1})] = 0 \quad \text{todo } i, t \leq T-1 \quad (8)$$

De la ecuación (8) pueden obtenerse los α_t óptimos, pero para ello se necesita una especificación de la función de utilidad y una descripción completa de las distribuciones de probabilidad de los retornos de los activos. No obstante, puede analizarse la solución implícita en (8) como sigue.

Dado que R_{t+1} , el retorno bruto del activo libre de riesgo, es conocido en t y utilizando la definición de covarianza, puede reescribirse la condición de optimalidad como sigue:

⁸ Ver Ingersoll, op.cit. y Bellman [2].

$$-\frac{\text{cov}_t(J_w, Z_{t+1})}{E_t[J_w]} = E_t[Z_{t+1} - R_{t+1}] \quad \text{todo } i, t \leq T-1 \quad (9)$$

La interpretación de lo anterior es clara: dado que la función de utilidad es cóncava, la función de utilidad indirecta también lo es⁹. Por lo tanto, la utilidad marginal de la riqueza es decreciente. Esto quiere decir que un activo que tenga una "alta" covarianza con la riqueza, tendrá una "muy negativa" covarianza con la utilidad marginal (pagan "poco" cuando la utilidad marginal es alta y "mucho" cuando es baja). A estos últimos activos, para que sea óptimo invertir en ellos, se les exige un premio por riesgo. Por el contrario, un activo que covaríe en forma negativa con la riqueza, covaría positivamente con la utilidad marginal (paga "mucho" cuando la utilidad marginal es alta y "poco" cuando es baja). Para estos últimos, la condición de optimalidad permite exigir un premio por riesgo negativo. La interpretación anterior es esencialmente intuitiva, por lo que debe tenerse cautela al aceptarla. En rigor, la condición de optimalidad (8) dice que, dado el premio por riesgo para el activo, éste debería incorporarse a la cartera en una cantidad tal que la utilidad marginal esperada de la inversión en dicho activo sea igual a la utilidad marginal esperada de invertir en un activo libre de riesgo.

Es necesario advertir además que la solución implícita en (9) en ningún caso supone que los porcentajes invertidos en instrumentos sean todos positivos o cero, ya que en el problema original no se han incluido restricciones a las "ventas cortas".

III.4 Casos Especiales

Caso 1: Instrumentos "cortos" versus "largos"

Para entender mejor la condición de optimalidad de las carteras, a continuación se desarrolla un ejemplo simple, en el que intervienen dos activos y dos períodos de tiempo (tres instantes $t=1,2,3$). Para simplificar, pero sin pérdida de generalidad, se supone que no hay cotizaciones netas entre $t=1$ y $t=3$ ($Y_t = 0$).

⁹ Ver Ingersoll, op. cit.

En el segundo período, (entre $t=2$ y $t=3$) puede invertirse el dinero en sólo un activo: el activo libre de riesgo. Dado que se está en $t=2$, la tasa de interés (bruta) que dará el activo libre de riesgo entre $t=2$ y $t=3$ es conocida e igual a ${}_2r_3$. De este modo, la riqueza final será $W_2 + {}_2r_3$, en función del resultado de las inversiones del período anterior, lo que está reflejado en W_2 .

De este modo, (6) se transforma en

$$J[W_3, 3] = U[W_3] \quad (10)$$

Asimismo,

$$J[W_2, 2] = \text{Max } E_2 J[W_3, 3] = U[W_2 + {}_2r_3] \quad (11)$$

donde la segunda igualdad se produce porque se está en $t=2$ y se conocen W_2 y ${}_2r_3$. Dado que existe un solo instrumento para invertir en $t=2$, es obvio que no existe un problema de decisión de cartera.

A comienzos del primer período (en $t=1$), puede invertirse en dos instrumentos libres de riesgo de no pago. El primero es uno de corto plazo que dará una rentabilidad total para el primer período de ${}_1r_2$, tasa que es conocida desde la perspectiva de $t=1$. El dinero que se reciba por concepto de inversiones en este instrumento deberá reinvertirse a la única tasa spot que rija en $t=2$ (${}_2\tilde{r}_3$), que es desconocida desde la perspectiva de $t=1$. El segundo instrumento que existe es uno que pagará \$1 con seguridad a fines de $t=3$. Entonces, dado su precio (b_1), se sabe en $t=1$ que ofrecerá una rentabilidad total para los dos períodos de ${}_1r_3$. Sin embargo, la rentabilidad que entregue para el primer período es incierta, y depende de la tasa de interés spot que rija en $t=2$. De este modo, la rentabilidad (bruta) de invertir en este instrumento largo por sólo un período es incierta e igual a $\tilde{z}_2 = (b_1 + {}_2\tilde{r}_3)^{-1}$, lo que significa que el resultado de invertir en el instrumento largo durante un período depende de la tasa de interés spot que rija a fines del período. Nótese que ${}_2\tilde{r}_3 + \tilde{z}_2 = (b_1)^{-1} = {}_1r_3$.

En $t=1$ debe decidirse la composición de la cartera. Vale decir, debe escogerse el porcentaje que deberá ser invertido en instrumentos largos y en instrumentos cortos. Si α es el porcentaje que se invierte en el instrumento largo, entonces, al cabo de un

período (en $t=2$) la riqueza será

$$W_2 \equiv W_1 (\alpha(\tilde{z}_2 - {}_1r_2) + {}_1r_2) \quad (12)$$

El problema consiste entonces en encontrar un α tal que

$$J[W_1, 1] \equiv \max_{\alpha} E_1 J[W_2, 2] = \max_{\alpha} E_1 U[W_1 (\alpha(\tilde{z}_2 - {}_1r_2) + {}_1r_2) {}_2\tilde{r}_3] \quad (13)$$

La última igualdad se obtiene a partir de (11). El argumento de la función de utilidad en (13) puede simplificarse. Pasando ${}_2\tilde{r}_3$ al interior del paréntesis y factorizando por ${}_1r_2$ se obtiene $W_1 (\alpha({}_2f_3 - {}_2\tilde{r}_3) + {}_2\tilde{r}_3) {}_1r_2$, donde ${}_2f_3$ es la tasa "forward" implícita en los precios de mercado en $t=1$, que se define como ${}_1r_3 / {}_1r_2$. Es importante destacar que esta tasa forward es conocida en $t=1$ ¹⁰. Con esta nueva formulación se ve claramente que, si $\alpha=1$, la riqueza final (en $t=3$) es cierta. Asimismo, el máximo de incertidumbre para la riqueza final se da cuando $\alpha=0$, pues toda la riqueza se invierte a corto plazo y queda sujeta al riesgo de reinversión en $t=2$.

Dada la nueva formulación, las condiciones de primer orden son

$$E_1 \{ U'[W_1 (\alpha({}_2f_3 - {}_2\tilde{r}_3) + {}_2\tilde{r}_3) {}_1r_2] ({}_2f_3 - {}_2\tilde{r}_3) \} = 0 \quad (14)$$

U' representa la derivada de la función de utilidad con respecto a la riqueza¹¹. Gracias a la simplificación del problema, en este caso sí puede hacerse una afirmación concreta. La afirmación que sigue es una modificación de uno de los resultados de Arrow [1]:

¹⁰ Conceptualmente, una tasa forward es una tasa de interés que puede fijarse hoy para algún período futuro. En el ejemplo, para prestar dinero forward, y asegurarse así la tasa ${}_2f_3$, se presta a la tasa larga (${}_1r_3$) y se pide prestada la misma cantidad a la tasa corta (${}_1r_2$). El resultado es un flujo de caja nulo en $t=1$, un flujo de caja negativo en $t=2$ y uno positivo en $t=3$.

¹¹ La concavidad de la función de utilidad garantiza que se cumplan las condiciones de segundo orden para un máximo.

El α óptimo (α^*) cumplirá con la siguientes características:

Si ${}_2f_3 < E_1 {}_2\tilde{r}_3$ entonces $\alpha^* < 1$;

Si ${}_2f_3 = E_1 {}_2\tilde{r}_3$ entonces $\alpha^* = 1$;

Si ${}_2f_3 > E_1 {}_2\tilde{r}_3$ entonces $\alpha^* > 1$;

El tipo de argumento utilizado por Arrow que permite demostrar lo anterior es simple pero ilustrativo. La utilidad esperada (14) es una función de α , $f(\alpha)$, y tiene un máximo estricto, dada su concavidad. Para encontrar α^* , se hace $f'(\alpha)=0$. La pendiente de f cuando $\alpha=1$, $f'(1)$, es

$$f'(1) = U'[W_1 {}_2f_3 + (1 - W_1) {}_2\tilde{r}_3]({}_2f_3 - E_1 {}_2\tilde{r}_3) \quad (15)$$

Puede apreciarse que el signo de $f'(1)$ es el mismo que el de la expresión $({}_2f_3 - E_1 {}_2\tilde{r}_3)$. De este modo, si ${}_2f_3 < E_1 {}_2\tilde{r}_3$, entonces la pendiente de f cuando $\alpha=1$ es negativa, lo que significa que el α^* se encuentra a la "izquierda" (pensando en términos gráficos), y es menor que 1. Si ${}_2f_3 = E_1 {}_2\tilde{r}_3$, entonces $\alpha^*=1$, ya que la pendiente de f es cero en ese punto. Un argumento similar se aplica al otro caso.

Se ha llegado, por lo tanto, a una conclusión bastante fuerte: bajo los supuestos de este modelo *no será conveniente invertir en papeles de corto plazo si existe un "premio por liquidez"* (${}_2f_3 > E_1 {}_2\tilde{r}_3$)¹². El resultado es válido para cualquier función de utilidad que muestre aversión al riesgo. Cuando hay aversión al riesgo, conviene invertir un porcentaje de la riqueza a corto plazo sólo si se espera que en promedio esta estrategia de inversión brinde retornos mayores que la inversión en instrumentos de largo plazo.

El resultado anterior depende fundamentalmente de la aversión al riesgo. La idea es que la riqueza final obtenida al invertir a corto plazo es relativamente más riesgosa para un inversionista con un horizonte de largo plazo. Si además de un mayor riesgo la estrategia de invertir a corto plazo es menos rentable, entonces es lógico que sea dominada por la estrategia de inversión alternativa. Un supuesto importante es que

¹² Esta definición de premio por liquidez se encuentra, por ejemplo, en Copeland y Weston, op.cit.

ambos instrumentos considerados son libres de riesgo, lo que no es necesariamente cierto, particularmente en el caso de instrumentos de renta fija emitidos por empresas.

Vale la pena una breve reflexión en torno a los resultados anteriores. Puede apreciarse que, para determinar la composición óptima de la cartera según su plazo, no interviene la tasa de interés vigente en la actualidad directamente. Lo relevante es comparar la tasa de interés esperada para el período siguiente con la tasa (forward) de interés implícita en los precios de mercado actuales de los instrumentos de renta fija para dicho período. La pregunta que debe hacerse es la siguiente: "¿es la tasa de interés implícita en el papel largo para el segundo período lo suficientemente alta como para ser una alternativa más provechosa que la inversión a corto plazo en el segundo período?" La respuesta a esta pregunta da la pauta para decidir la composición por plazos de la cartera. Por ejemplo, en una época de altas tasas de interés, cuando se espera que caigan a futuro, es posible que las tasas forward se encuentren altas, por lo que convendría invertir largo. Pero de todos modos, la información que permite predecir una caída en las tasas de interés de alguna manera se vería reflejada en las tasas forward de los instrumentos largos. Bajo la hipótesis de que las tasas de interés largas "sobrerreaccionan" ante cambios en las tasas "cortas", entonces se daría el caso de que es inequívocamente conveniente acortar las carteras a la espera de alzas en las tasas de interés. En caso que la hipótesis de sobrerreacción no se cumpla, entonces no es claro que sea conveniente acortar las carteras a la espera de alzas en las tasas de interés.

Por otro lado, y dada la definición utilizada aquí para el premio por liquidez, es importante tener presente que una estructura creciente de tasas de interés no significa necesariamente que exista un premio por liquidez. Esto es cierto sólo cuando la tasa de interés spot actual es un buen indicador del valor esperado de la tasa de interés spot futura, como por ejemplo, cuando el valor esperado de las tasas spot futuras es constante e igual al valor observado para la tasa spot hoy.

Una Solución Cerrada: Ahora se completa el Caso 1, especificando una distribución de probabilidad muy simple para la tasa de interés spot futura y una función de utilidad. En cuanto a la primera, se supone que z_{T_1} toma el valor u con probabilidad p y el valor

d con probabilidad $(1-p)$, con $u \geq 2f_3 \geq d \geq 1$. Se supone además que $U(W) = W^\delta/\delta$, $\delta < 1$ (aversión al riesgo relativa constante). Con estos supuestos adicionales, las condiciones de primer orden (14) se transforman en

$$p\{[W_1(\alpha(2f_3 - u) + u)_1 r_2]^\delta - 1(2f_3 - u)\} + (1-p)\{[W_1(\alpha(2f_3 - d) + d)_1 r_2]^\delta - 1(2f_3 - d)\} = 0 \quad (14')$$

Lo anterior se simplifica a

$$p[\alpha(2f_3 - u) + u]^\delta - 1(2f_3 - u) + (1-p)[\alpha(2f_3 - d) + d]^\delta - 1(2f_3 - d) = 0 \quad (16)$$

Se define

$$u' = u - 2f_3; d' = 2f_3 - d \text{ y } \Phi = [(1-p)d'/pu']^{1/(1-\delta)}$$

u' y d' representan la "distancia" entre la tasa spot futura y la tasa forward cuando la tasa spot es alta y baja, respectivamente. Puede apreciarse además que cuando no hay premio ni castigo por liquidez $(1-p)d' = pu'$, lo que implica que $\Phi = 1$. Del mismo modo, cuando hay premio por liquidez $\Phi < 1$.

Haciendo uso de las definiciones anteriores se llega al siguiente resultado para la proporción óptima invertida a largo plazo (α^*):

$$\alpha^* = \frac{u - \Phi d}{u' + \Phi d'} = 1 + \frac{2f_3(1-\Phi)}{u' + \Phi d'} \quad (17)$$

Es fácil verificar que la solución al caso general también se cumple aquí. Por ejemplo, si no existe premio ni castigo por liquidez ($\Phi = 1$), entonces $\alpha^* = 1$.

La Figura 1 muestra α^* en función del premio por liquidez, para distintos grados de aversión al riesgo (mientras más cerca esté δ de 1, menor es la aversión al riesgo). Las curvas con mayor pendiente son aquellas con un parámetro menor de aversión al riesgo. Como se esperaba, cuando el premio por liquidez es cero, se invierte toda la riqueza en

el activo de mayor plazo.

Es útil terminar mostrando la expresión que tiene la función de utilidad indirecta. Puede recordarse que esta última corresponde a la utilidad esperada evaluada en el óptimo (α^*). La expresión resultante es

$$J(W_1, 1) = (1/\delta)(W_1 - r_3)^{\delta} (u' + d')^{\delta} (u' + d'\Phi)^{-\delta} (p\Phi^{\delta} + (1-p)) \quad (18)$$

Una vez más puede apreciarse que si $\Phi=1$ (no hay premio ni castigo por liquidez), la función de utilidad indirecta no depende de lo que ocurra en el futuro con las tasas de interés, pues los cambios en dicha tasa no afectan la utilidad obtenida ya que toda la riqueza se encuentra invertida en el instrumento largo.

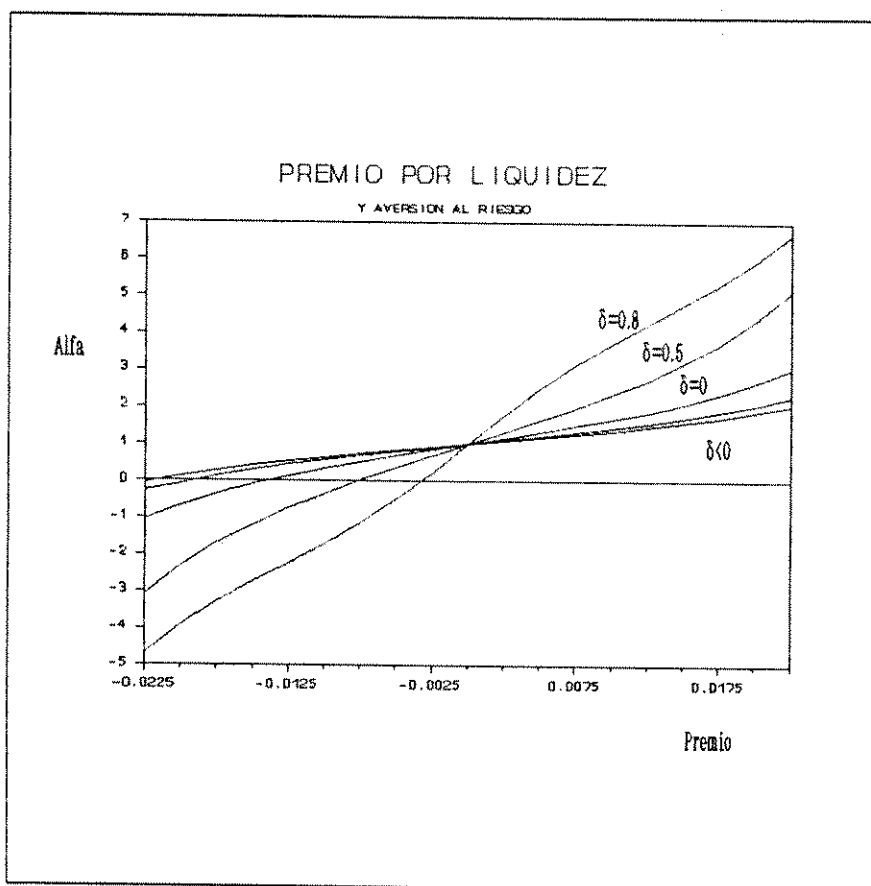


Figure 1 Proporción invertida en el instrumento largo vs. premio por liquidez, para distintos niveles de aversión al riesgo (δ). Supuestos: $p=\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}(u-d)=4,5\%$.

Caso 2: Instrumentos Cortos, Medianos y Largos
(El Caso 1 con un período y un activo adicional)

En este caso se añade un período y un activo al problema estudiado en el caso anterior. Desde la perspectiva de $t=0$, existen tres alternativas de inversión, todas libres del riesgo de no pago: un instrumento corto, cuyo retorno es conocido para el período comprendido entre $t=0$ y $t=1$ (r_1); existe también un instrumento que paga sólo en $t=2$, cuyo retorno total para el período entre $t=0$ y $t=2$ es conocido desde la perspectiva de $t=0$ (r_2); existe además un instrumento largo que pagará sólo en $t=3$, por lo que la tasa de interés relevante entre $t=0$ y $t=3$ también es conocida (r_3). De esta forma surge una variedad de estrategias de inversión permisibles, que van desde invertir todo largo hasta invertir todo corto y hacer un "rolling over" a corto plazo. Las características de los tres activos existentes y la notación utilizada se resumen en el Cuadro 1:

CUADRO 1

Activo:	Precios		Pagos		Retorno $t=1$	Proporción W_0 Invertida
	$t=0$	$t=1$	$t=2$	$t=3$		
#1	$b_{01} \equiv (r_1)^{-1}$	1	0	0	r_1	$1 - \alpha_{02} - \alpha_{03}$
#2	$b_{02} \equiv (r_2)^{-1}$	0	1	0	$r_2 / (1 + \tilde{r}_2)$	α_{02}
#3	$b_{03} \equiv (r_3)^{-1}$	0	0	1	$r_3 / (1 + \tilde{r}_3)$	α_{03}

Es útil destacar aquí que hay algunas estrategias de inversión que son redundantes. Por ejemplo, si se compra el instrumento #2 para venderlo al cabo de un período el retorno (bruto) será $r_2 / (1 + \tilde{r}_2)$. Si luego el dinero recibido por esta inversión se invierte a corto plazo, se obtiene un retorno total de $(r_2 / (1 + \tilde{r}_2)) (1 + \tilde{r}_2) = r_2$. Vale decir, da lo mismo comprar el activo #2 por un período para luego venderlo e invertir el resultado a corto plazo que simplemente comprar y mantener dicho activo hasta que expire¹³. Obviamente, esto también se aplica a la compra del activo #3 por dos períodos para

¹³ Esto sirve para ilustrar un caso en que si un afiliado se cambia de AFP en base al resultado observado ex-post, estaría perdiendo su tiempo. En efecto, si una AFP comprara el papel largo y la tasa de interés (entre $t=1$ y $t=2$) fuera alta, esta AFP mostraría un mal resultado. Si el afiliado a dicha AFP decidiera cambiarse a otra que invirtió a corto plazo (y por ende no mostró un mal resultado), al final se daría cuenta de que nada ganó al cambiarse, ya que la rentabilidad observada para el último período es la misma en ambas AFP.

luego venderlo e invertir los resultados a corto plazo: es lo mismo que comprar dicho activo y mantenerlo hasta el final.

El problema para este período consiste en maximizar el valor esperado de la función de utilidad indirecta $J[W_1, 1]$, que se define como

$$E_0 J[W_1, 1] = E_0 \text{Max } E_1 J[W_2, 2] = E_0 U[W_1 (\alpha^* (\tilde{z}_2 - {}_1r_2) + {}_1r_2)_2 \tilde{r}_3] \quad (19)$$

donde α^* es la decisión óptima que será tomada en $t=1$, en función del "estado de la naturaleza" que se dé en ese momento.

La riqueza terminal para $t=1$ es incierta y será una función de las proporciones invertidas en los tres activos disponibles:

$$W_1 = W_0 ({}_0r_1 + \alpha_{02} [({}_{b02} {}_1\tilde{r}_2)^{-1} - {}_0r_1] + \alpha_{03} [({}_{b03} {}_1\tilde{r}_3)^{-1} - {}_0r_1] \quad (20)$$

Recuérdese además que $W_3 = W_1 (\alpha^* (\tilde{z}_2 - {}_1r_2) + {}_1r_2)_2 \tilde{r}_3$.

Expresado en términos de tasas "forward", la riqueza en $t=1$ puede escribirse como:

$$W_1 = W_0 {}_0r_1 (1 + \alpha_{02} [\frac{{}_1f_2}{{}_1\tilde{r}_2} - 1] + \alpha_{03} [\frac{{}_1f_3}{{}_1\tilde{r}_3} - 1]) \quad (21)$$

donde se han utilizado las definiciones

$${}_1f_3 \equiv {}_0r_3 / {}_0r_1 \equiv ({}_{b03} {}_0r_1)^{-1} \quad \text{y} \quad {}_1f_2 \equiv {}_0r_2 / {}_0r_1 \equiv ({}_{b02} {}_0r_1)^{-1}.$$

El problema que se enfrenta en $t=0$ es maximizar (19) dada la definición en (20), con respecto a las proporciones invertidas α_{02} y α_{03} . Las condiciones de primer orden son:

$$E_0 \left\{ U'(W_3) \left(\frac{{}_1 f_2}{{}_1 \tilde{r}_2} - 1 \right) {}_1 \tilde{r}_2 {}_2 \tilde{r}_3 \right\} = 0 \quad (22)$$

$$E_0 \left\{ U'(W_3) \left(\frac{{}_1 f_3}{{}_1 \tilde{r}_3} - 1 \right) {}_1 \tilde{r}_2 {}_2 \tilde{r}_3 \right\} = 0 \quad (23)$$

En general, no existe una solución cerrada para este problema, pero más adelante se estudian algunos casos especiales. Las ecuaciones anteriores pueden manipularse para dar un resultado más comprensible intuitivamente. Para obtener esta simplificación, primero deben tenerse en cuenta las condiciones de primer orden para el problema que es resuelto en $t=1$. La ecuación (14) dice que la utilidad marginal esperada de la inversión a corto plazo debe ser igual a la utilidad marginal esperada de invertir a largo plazo: $E_1 \{ {}_1 \tilde{r}_3 U'(W_3) \} = E_1 \{ {}_1 \tilde{r}_2 {}_2 \tilde{r}_3 U'(W_3) \}$. Por la Ley de Expectativas Iteradas, esto también debe cumplirse con respecto al operador E_0 . Juntando este resultado con (22) y (23), se obtiene que α_{02} y α_{03} se ajustarán hasta que:

$${}_1 f_3 - E_0 \{ {}_1 \tilde{r}_3 \} = \frac{\text{cov}_0(U', {}_1 \tilde{r}_3)}{E_0 \{ U' \}} \quad (22')$$

$${}_2 f_3 - E_0 \{ {}_2 \tilde{r}_3 \} = \frac{\text{cov}_0(U', {}_2 \tilde{r}_3)}{E_0 \{ U' \}} \quad (23')$$

En ambos casos se da que, si existe un premio por liquidez, será conveniente elegir las proporciones invertidas en los activos con tal de que la utilidad marginal covarie positivamente con la tasa de interés respectiva.

Es importante notar que, puesto que U' es decreciente, la covarianza con la utilidad marginal tiene el signo contrario a la covarianza con la riqueza. Por ejemplo, una covarianza positiva con la utilidad marginal significa una covarianza negativa con la riqueza terminal ($\text{cov}_0(W_3, {}_1 \tilde{r}_3) < 0$ y $\text{cov}_0(W_3, {}_2 \tilde{r}_3) < 0$). Esto lleva a concluir que el signo del premio liquidez (definidos en (22') y (23')) será el signo opuesto al de la covarianza entre las tasas spot futuras y la riqueza terminal.

El hecho anterior puede utilizarse para caracterizar las políticas óptimas de inversión. A continuación se presenta un cuadro con posibles riquezas terminales en función de las estrategias de inversión seguidas junto a las covarianzas de dichas estrategias de inversión con las tasas spot futuras. Las covarianzas fueron obtenidas bajo un modelo específico para las tasas de interés, que se presenta en el Anexo 1. En lo substancial, dicho modelo supone que las tasas forward son una proporción fija las tasas spot esperadas para el período siguiente.

CUADRO 2 - Estrategias Básicas de Inversión

	α_{02}	α_{03}	α^*	W_3	$\text{cov}_0(W_{3,1}, \tilde{r}_3)$	$\text{cov}_0(W_{3,2}, \tilde{r}_3)$
Est. #1	0	0	0	$W_0 + r_1 + \tilde{r}_2 + \tilde{r}_3$	>0	>0
Est. #2	0	0	1	$W_0 + r_1 + \tilde{r}_3$	>0	>0
Est. #3	1	0	0	$W_0 + r_1 + f_2 + \tilde{r}_3$	>0	>0
Est. #4	1	0	1	$W_0 + r_1 + f_2 + (\tilde{r}_3 / \tilde{r}_2)$	>0	>0
Est. #5	0	1	0	$W_0 + r_1 + f_3 + (\tilde{r}_2 + \tilde{r}_3 / \tilde{r}_3)$	0	>0
Est. #6	0	1	1	$W_0 + r_1 + f_3$	0	0

En palabras, las estrategias consisten en:

- #1: invertir todo a corto plazo en $t=0$ y volver a invertir a corto plazo en $t=1$ (rolling over).
- #2: invertir todo a corto plazo en $t=0$ y luego invertir todo a largo plazo (comprar b_3) en $t=1$.
- #3: invertir todo a mediano plazo en $t=0$ (comprar el instrumento b_2) y luego venderlo en $t=1$ para invertir el resultado a corto plazo.
- #4: invertir todo a mediano plazo en $t=0$ (comprar el instrumento b_2), venderlo en $t=1$ y contratar la tasa larga entre $t=1$ y $t=3$ (comprar b_3 en $t=1$).
- #5: invertir todo a largo plazo (comprar b_3), venderlo al cabo de un período e invertir el resultado a corto plazo.
- #6: invertir todo a largo plazo sin cambiar la posición hasta el final.

Estas estrategias básicas tienen la característica de que cualquier otra estrategia factible es una combinación de dos o más de las estrategias anteriores.

Dadas las expresiones para la riqueza terminal derivadas de distintas estrategias, puede asociarse el signo del premio por liquidez con el signo de la covarianza de la riqueza con las tasas de interés spot futuras. En el Cuadro 2 puede apreciarse que las covarianzas son todas positivas, excepto para las estrategias #5 y #6. Esto quiere decir que *las estrategias de invertir inicialmente los recursos a corto o mediano plazo son óptimas sólo cuando el premio por liquidez para los períodos siguientes es negativo*. Sólo en el caso anterior el riesgo de reinversión implícito en las estrategias de corto y mediano plazo es compensado por un mayor retorno esperado, lo que las hace relativamente convenientes.

En el caso de las estrategias #5 y #6, se parte con todos los recursos invertidos en el papel largo (b_3). Esto resulta adecuado cuando el premio por liquidez es cero para el período completo incluso si existe la posibilidad de que en el último período haya un castigo por liquidez. Si ex-post resulta haber un castigo por liquidez para el último período, entonces puede venderse el papel largo e invertir los recursos a corto plazo. La clave para entender este resultado es que, incluso si ex-post sube la tasa de interés dando origen a una pérdida de capital, cuando existe un premio por liquidez en promedio es más rentable invertir a largo plazo que a corto plazo. Por lo tanto, un afiliado que tenga aversión al riesgo estará dispuesto a asumir el riesgo de cambios en las tasas de interés ya que en promedio se obtiene un retorno mayor y más seguro cuando los fondos se invierten a largo plazo. Para dar más claridad a este punto, puede compararse la estrategia #1 con la estrategia #5. La estrategia #1 no tiene riesgo de cambios en las tasas de interés mientras la #5 tiene dicho riesgo en la mayor cuantía posible. La razón de riquezas terminales (#5 dividido por #1) resulta ser ${}_1f_3/{}_1\tilde{r}_3$. Si existe premio por liquidez, entonces $({}_1f_3/E_0{}_1\tilde{r}_3) > 1$, lo que implica que $E_0({}_1f_3/{}_1\tilde{r}_3) > ({}_1f_3/E_0{}_1\tilde{r}_3) > 1^{14}$. El resultado es formalmente idéntico al comparar la estrategia #2 con la #6. Esto significa que en promedio, cuando hay premio por liquidez, se termina con una riqueza terminal mayor al invertir a largo plazo. Si a esto se le suma aversión al riesgo y un horizonte de evaluación lejano, esta estrategia es dominante.

La discusión anterior ha permitido mostrar que, cualitativamente, los resultados son

¹⁴ Esto ocurre porque $1/{}_1\tilde{r}_3$ es una función convexa de ${}_1r_3$.

similares a aquéllos obtenidos en el Caso 1. Incluso cuando no hay premio por liquidez, las inversiones de las AFP deberían estar sesgadas hacia el horizonte de jubilación del afiliado. La conclusión es aun más fuerte suponiendo que existen premios por liquidez. En otras palabras, los resultados encontrados hasta el momento permiten afirmar que para un afiliado con un horizonte de tiempo distante que a su vez tenga aversión al riesgo *es más importante el riesgo de reinversión que el riesgo de cambios en las tasas de interés, lo que unido a la existencia de un premio por liquidez hace más conveniente la inversión en instrumentos de largo plazo.*

Caso 3: Acciones vs. Renta Fija

Desde el surgimiento del Modelo de Valoración de Activos de Capital (CAPM) de Sharpe [12], Lintner [10] y otros, el problema de la composición óptima de la cartera en términos de acciones e instrumentos de renta fija ha sido ampliamente estudiado.

Una **primera conclusión** importante obtenida en la literatura es que, dado que hay un premio por riesgo, cualquier inversionista que tenga aversión al riesgo debería estar dispuesto a invertir al menos una pequeña parte de su riqueza en acciones. El porcentaje de la riqueza invertido en acciones aumenta para inversionistas con mayor tolerancia al riesgo.

Una **segunda conclusión** importante es que los portfolios de los inversionistas estarán diversificados. En otras palabras, la composición de las carteras de los inversionistas será tal que no pueda obtenerse el mismo retorno esperado con una menor varianza.

En cuanto a la conveniencia de una estrategia dinámica de inversión en acciones, comparada con una estrategia de "comprar y mantener", la literatura no ha llegado a una conclusión definitiva para el caso de Estados Unidos. La conveniencia de una estrategia dinámica, basada en información que va surgiendo a través del tiempo, depende fundamentalmente del grado de eficiencia del mercado, en cuanto al volumen de información que el mercado incorpora correctamente en los precios de las acciones. Si el mercado fuera altamente eficiente desde el punto de vista de la información incorporada en los precios, entonces la estrategia óptima sería relativamente pasiva (comprar y mantener). Si el mercado mostrara signos de ineficiencia, entonces las estrategias dinámicas tendrían mayor justificación. El problema se reduce entonces

determinar el grado de eficiencia del mercado.

La literatura de los años '70 parecía indicar que el mercado accionario en Estados Unidos es relativamente eficiente¹⁵, pero se reportaban algunas "anomalías"¹⁶. Particularmente después de la crisis de Octubre de 1987, parece haber habido un vuelco en el énfasis y los resultados encontrados en la literatura¹⁷. La hipótesis alternativa que más fuertemente compite con la hipótesis de mercados eficientes es la de "sobrerreacción" en los precios de las acciones. No obstante, Brown, Harlow y Tinic [2] parecen demostrar que la sobrerreacción en el mercado accionario es sólo aparente, habiendo en último término consistencia con la hipótesis de mercados eficientes. En definitiva, al menos para el caso de Estados Unidos, parece ser difícil destronar la hipótesis de mercados eficientes.

Si esta hipótesis también fuera aplicable al caso chileno, de lo cual no hay evidencia clara, la tercera conclusión que se deriva de la literatura es que la estrategia de inversión en acciones para los fondos de pensiones deberían ser relativamente pasivas. Esta recomendación sigue siendo válida en un mercado ineficiente cuando los costos de transacción son altos en relación a los beneficios que pueden obtenerse al explotar las ineficiencias.

Bajo las condiciones anteriores, la estrategia óptima consistiría definir el nivel de riesgo deseado, para luego comprar un portfolio bien diversificado de acciones y mantenerlo con pocas variaciones a través del tiempo, reinvirtiendo en las mismas acciones los dividendos recibidos.

El planteamiento formal del problema es idéntico a aquél desarrollado en la sección III.2. En particular, la ecuación (8) sigue representando la condición de primer orden. Un caso especial de la condición (8) es cuando se sigue una estrategia pasiva de inversión en acciones (comprar y mantener, sugerida por la hipótesis de mercados

¹⁵ Ver bibliografía citada en Copeland y Weston, Cap.10, op.cit.

¹⁶ Por ejemplo, el "efecto día de la semana", "efecto fin de año", "efecto empresa pequeña", block trades, etc. Ver Jensen [9].

¹⁷ Ver bibliografía citada en Brown, Harlow y Tinic [3].

eficientes) e instrumentos de renta fija (se compra un bono largo con un solo pago final, sugerida por los resultados encontrados anteriormente). En este caso las condiciones de primer orden son:

$$E_0 \circ Z_T - \circ r_T = - \text{cov}_0(U'(W_T), \circ Z_T) [E_0 U'(W_T)]^{-1} \quad (24)$$

donde $\circ Z_T$ es el retorno total de invertir en acciones y $\circ r_T$ es el retorno total de invertir en un instrumento de renta fija de largo plazo. En este caso se da un resultado similar a los encontrados anteriormente. Si el premio por riesgo de largo plazo es positivo ($E_0 \circ Z_T > \circ r_T$), es conveniente invertir en acciones. ¿Qué porcentaje debería invertirse en acciones? En general, esto depende del grado de aversión al riesgo, del premio por riesgo y de la variabilidad en los precios de las acciones. Siempre será posible encontrar un grado de aversión al riesgo lo suficientemente alto como para que la estrategia conveniente sea invertir un "bajo" porcentaje en acciones. No obstante, es importante destacar que el premio por riesgo total crecerá en función del horizonte de evaluación. Por ejemplo, si $\circ Z_T$ se distribuye lognormal, entonces:

$$\circ Z_T = \prod_{t=1}^T (1 + Z_t) = \exp\left\{\sum_{t=1}^T Z_t\right\} \equiv \exp\{T\bar{Z}\} \quad (25)$$

donde $\bar{Z}$ es el retorno continuamente compuesto promedio. Existe evidencia como para afirmar que los retornos accionarios mensuales no están correlacionados a través del tiempo para el caso chileno (ver Walker [15]). Por lo tanto, puede suponerse que el retorno instantáneo promedio se distribuye normal($\mu, \sigma^2/T$). Asimismo, definiendo $\circ r_T \equiv \exp\{Tr\}$, se obtiene una expresión para el premio por riesgo:

$$E_0 \circ Z_T - \circ r_T = \exp\{Tr\}[\exp\{T(\mu - r + \sigma^2/2)\} - 1] \quad (26)$$

Puede apreciarse que el premio por riesgo crece a tasas exponenciales junto con el horizonte de inversión. También puede apreciarse que, como las pérdidas están acotadas y las ganancias son ilimitadas, el premio por riesgo total esperado crece con la varianza. Esta es una consideración netamente técnica, independiente del "equilibrio de retornos" que exista en el mercado.

A pesar de lo anterior, también es cierto que la varianza de la distribución aumenta con T. El coeficiente de variación (la desviación estándar dividida por la media) para la distribución de probabilidad anterior es $(\exp\{T\sigma^2\}-1)^{1/2}$. Como proporción de la media, la varianza aumenta con T. Esto significa que la optimalidad de aumentar la proporción invertida en acciones cuando se alarga el horizonte de inversión depende del grado de aversión al riesgo. Si hay suficiente tolerancia al riesgo, un mayor T implica aumentar la proporción invertida en acciones. Por último, vale la pena destacar que ésta puede ser una buena forma de alargar los plazos de las carteras de los fondos de pensión.

III.5 Políticas de Inversión Adecuadas: Conclusiones a la Luz de la Evidencia Empírica Chilena

El análisis de los tres casos especiales anteriores ha permitido obtener algunas conclusiones.

Inversión en Renta Fija

El análisis de los Casos 1 y 2 han permitido concluir con bastante generalidad que, para un fondo de pensión cuyos afiliados tengan un horizonte de jubilación distante, el riesgo de cambios en las tasas de interés es irrelevante, importando sólo el riesgo de reinversión. Si a esto se le suma la existencia de un premio por liquidez, se llega a una conclusión un tanto extrema: conviene invertir todos los fondos a largo plazo.

¿Existe un premio por liquidez en Chile?

La Figura 2 parece indicar que sí. Allí se grafica el TIR medio de los instrumentos de renta fija contra el plazo de vencimiento de los papeles. En rigor, los instrumentos utilizados para construir la curva deberían ofrecer un solo pago al vencimiento, y este no es el caso. Por ejemplo, la tasa "spot" que aparece para los papeles que vencen entre 8.1 y 10 años (alrededor de 7,2%) es en realidad un promedio de las tasas spot observadas para pagos recibidos hasta la fecha de vencimiento, incluyendo pagos intermedios. En otras palabras, la estructura de tasas de interés aparecería demasiado "plana" en relación a su aspecto real. Por su parte, las tasas forward fueron calculadas como la razón entre el interés total (bruto) ganado hasta la fecha "t" (donde t es el

punto medio del rango de plazos) dividido por el interés total bruto hasta "t-1", a tasas anualizadas.

A pesar de todos los problemas anteriores, la Figura 2 parece mostrar una estructura de tasas de interés creciente y las tasas forward implícitas siempre son superiores a la tasa de interés spot de 0-2 años. Aunque, como ya se dijo, una estructura de tasas de interés creciente no garantiza que exista un premio por liquidez, en la medida que la tasa de interés promedio observada para el corto plazo sea un buen predictor de las tasas de interés spot futuras, puede concluirse que existe un premio por liquidez. Esto supone que distribución de probabilidad para las tasas de interés spot futura es estable, por lo que su valor esperado puede estimarse con el promedio muestral.

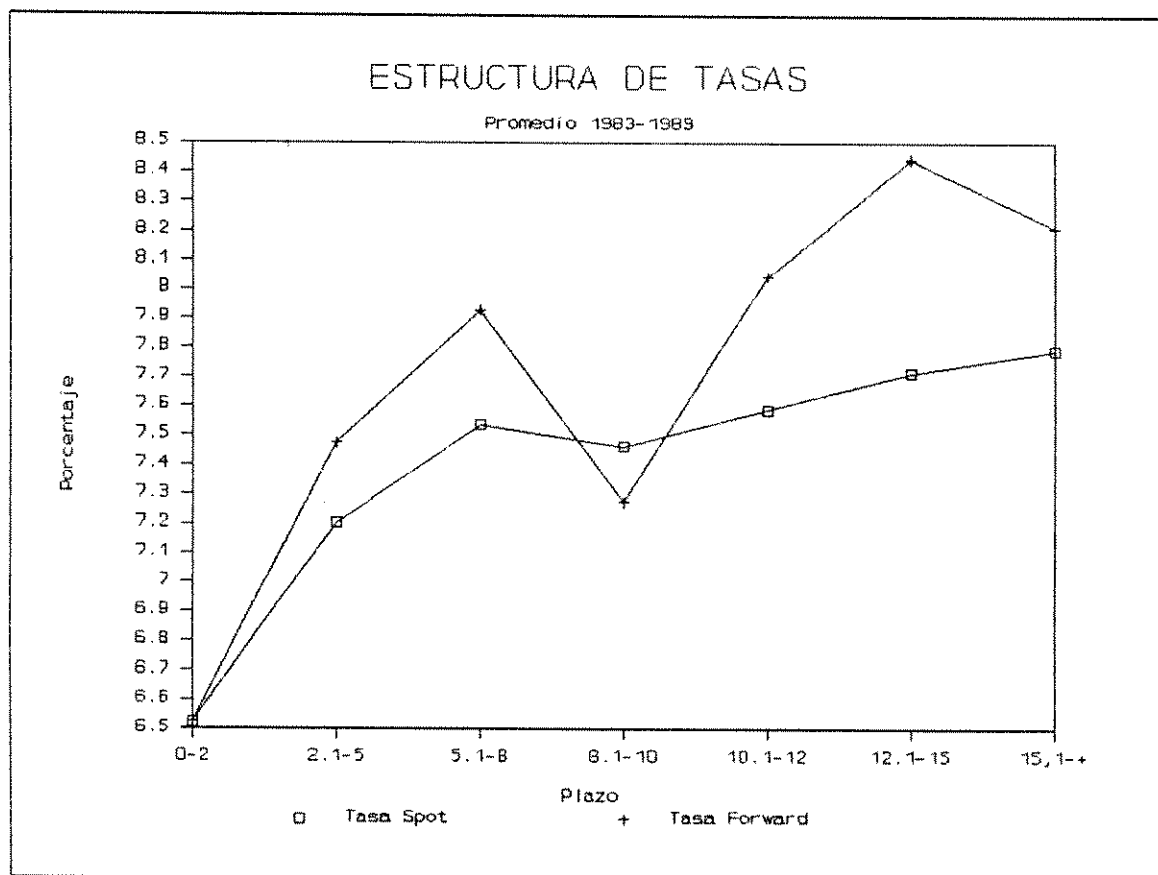


Figure 2 Estructura de tasas de Interés. Promedio ponderado mensualmente por volumen transado, 1983-1989 (TIRM). Fuente: Elaboración propia a partir de datos de la Bolsa de Comercio de Santiago.

Dado lo anterior, la recomendación obvia es que, para mayor seguridad y rentabilidad de la inversión a largo plazo, debería aumentarse el plazo promedio de las carteras de las AFP. A priori, no parece adecuado un plazo medio de 3-3,9 años para un inversionista con un horizonte de jubilación de 30 años. En base a la Figura 2, tentativamente puede afirmarse que los sacrificios en rentabilidad promedio anual de largo plazo puede ser del orden de 0,1%-1,2% anual (comparando la máxima tasa forward y la mínima con la tasa para 2,1-5 años plazo). A su vez, este aumento de rentabilidad podría obtenerse con una mayor seguridad a largo plazo en la inversión.

Pueden obtenerse datos más precisos para estimar el premio por liquidez. El TIR promedio mensual base anual del PDP-10 entre Junio de 1984 y Agosto de 1990 fue de 7,04%. Este papel es de largo plazo, pues paga sólo intereses semestrales durante su vida, pagando el principal al cabo del año 10. Su duración es de aproximadamente 8 años. Asimismo, las letras hipotecarias del Banco del Estado a 12 años, entre Enero de 1984 y Agosto de 1990, rindieron un TIR anual promedio de 7,16% (duración aproximada de 5 años)¹⁸. Con estos datos pueden calcularse las tasas forward implícitas:

Tasas Forward Promedio Base Anual
Junio de 1984 - Agosto de 1990

Plazo	Tasa Prom.
0 - 0,25 años	6,70%
0,25 - 5 años	7,18%
5 - 8 años	6,84%

Comparado con la tasa de interés UF a 90 días en base anual, los premios por liquidez estimados estarían entre 0,14% y 0,48%, respectivamente. Ambos porcentajes representan aproximadamente la pérdida anual derivada de una política de inversión de corto plazo. En cuarenta años, la diferencia de tasas implica una diferencia de riquezas acumuladas entre 5,4% y un 19,7% del valor del fondo¹⁹.

Llevando los argumentos anteriores a su límite, podría concluirse que toda la cartera

¹⁸ Fuente datos originales: Hábitat.

¹⁹ Es curioso notar en la figura anterior y en los resultados presentados, que justo para un horizonte de ocho años las tasas de interés parecen ser menores. Puede deberse a un problema de datos, con lo que el premio de 0,14% podría estar subestimado.

de renta fija de un fondo de pensión debería estar invertida a un único plazo, igual al horizonte de jubilación del afiliado. En rigor, lo anterior es cierto cuando hay sólo un afiliado. Cuando hay muchos afiliados con diversos horizontes, la afirmación anterior pierde validez general. No obstante, en la medida que (casi) todos los afiliados tengan un horizonte superior a 10 años, sigue siendo válida la recomendación de alargar la cartera.

Inversión en Acciones

La inversión en acciones por parte de los fondos de pensiones se encuentra restringida por ley. Considerando todos los límites a la inversión en acciones, Iglesias [6] encuentra que los límites efectivos fluctúan entre un 14,8% para los fondos de pensión de mayor tamaño, hasta alrededor de 30% para los fondos de menor tamaño. A julio de 1990, alrededor de un 10% de los fondos de pensiones estaban invertidos en acciones.

No es fácil precisar qué porcentaje de inversión en acciones es apropiado, puesto que depende del grado de aversión al riesgo de los afiliados (o del grado de aversión al riesgo de la autoridad económica y de los propios administradores). Sin embargo, la Figura 3 muestra las proporciones óptimas a ser invertidas en acciones, en función del grado de aversión al riesgo.

Los datos utilizados para construir el gráfico son consistentes (pero conservadores) con respecto a datos históricos chilenos. Coloma [4] muestra que de haber partido con 1 UF en noviembre de 1975 invertida en acciones (IPSA corregido por dividendos mediante serie relacionada en Walker, op.cit.), en Agosto de 1988 se habría acumulado un total de 40,54 UF. Esto da una tasa promedio anualizada del orden del 33% anual. Aplicando el retorno real del IPSA desde esa fecha hasta diciembre de 1989, se llega a (aproximadamente) 56 UF. Esto representa una rentabilidad del mismo orden anterior.

En base al gráfico, y dados los premios por riesgo, puede concluirse que los porcentajes invertidos en acciones actualmente son consistentes con una alta aversión al riesgo. Litzenberger y Ronn [11], encontraron para Estados Unidos un coeficiente de aversión relativa al riesgo de 4,22. Con ese parámetro, y dado el resto de los supuestos, correspondería invertir alrededor de un 30% en acciones. En este sentido, puede concluirse que el porcentaje actualmente invertido en acciones es demasiado bajo.

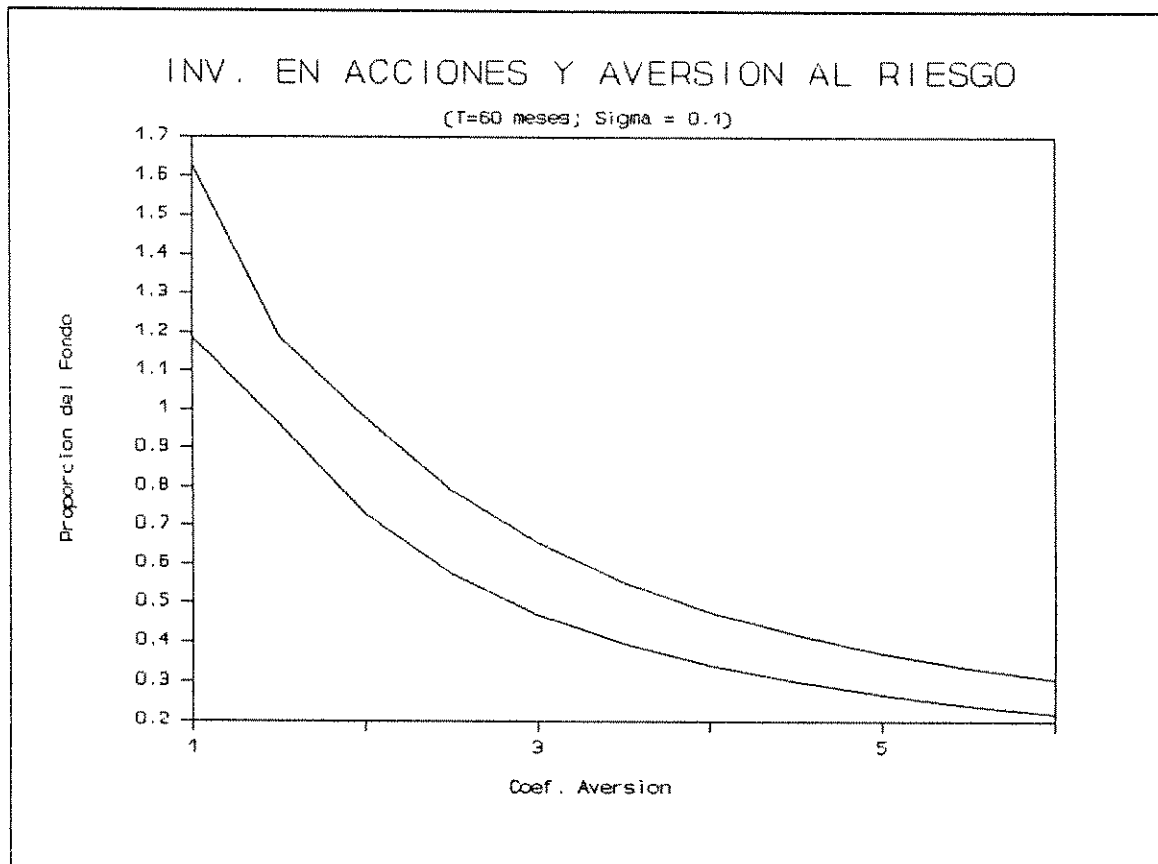


Figure 3 Sup.: retornos accionarios son iid lognormal; función de utilidad con aversión al riesgo relativa constante; política de inversión de comprar y mantener; tasa libre de riesgo anual 7,5%; premios por riesgo: 12,2% (curva inferior) y 19,6%.

IV PROBLEMAS Y LIMITACIONES POTENCIALES DE ESTRATEGIAS DE INVERSION A LARGO PLAZO

Fijar un plazo único de inversión como objetivo para la cartera de renta fija del fondo de pensiones, que sea igual al plazo que falta para que el afiliado jubile, tiene dos problemas básicos.

Primero, surgen dudas sobre cuál de los afiliados es el representativo, como para utilizar su horizonte de jubilación como objetivo. Esto tiene importancia porque, dados los resultados encontrados anteriormente, no se estará maximizando el bienestar de los afiliados con un horizonte distinto al del afiliado representativo. Aquel afiliado que tenga un horizonte inferior al citado enfrentará un riesgo indeseable de cambios en las tasas de interés (aunque este riesgo es compensado en alguna medida por el premio por liquidez). Por su parte, los afiliados con un horizonte superior enfrentarán un riesgo de reinversión excesivo (el que, en teoría, es evitable sin que sea necesario sacrificar rentabilidad).

Segundo, citando a Trainer, Levine y Reiss [13], "la mayoría de los clientes no estarán dispuestos a esperar 10 a 15 años para determinar si su dinero está siendo administrado correctamente".

Aún cuando en principio sí puede determinarse antes de que pasen los 10 a 15 años si una administración es sistemáticamente buena o mala, la cita anterior ilustra que el horizonte para medir el desempeño ("performance") de un administrador de fondos de pensiones es inferior al horizonte de jubilación. No cabe duda que un afiliado no puede esperar hasta la fecha de su jubilación para determinar si sus fondos fueron bien o mal administrados.

Frente a los dos problemas anteriores, la solución planteada por Trainer et al. para un fondo de pensiones en particular, consiste en mantener una cartera de instrumentos de renta fija con un plazo relativamente estable a través del tiempo (por ejemplo, un plazo que imite al de un papel estatal a diez años recién emitido). Este plazo debe estar entre el horizonte de jubilación del afiliado y el horizonte de medición del desempeño. En este caso se sacrifica premio por liquidez y seguridad en la inversión (desde el punto de vista del afiliado promedio) a cambio de mayor estabilidad en el valor de los

fondos alrededor de la fecha de medición de desempeño. En la medida que exista un premio por liquidez, mayor será el sacrificio en bienestar mientras menor sea el horizonte de medición de desempeño.

En este contexto, puede concebirse toda una gama de "equilibrios competitivos" para el mercado de las AFP susceptibles de ser obtenidos, en función del horizonte de evaluación utilizado por el mercado.

Un posible "equilibrio" (con características similares a la realidad actual chilena) se obtiene con un horizonte de medición de desempeño de muy corto plazo (inferior o igual a un año). Aquí, por ejemplo, las AFP compiten entre sí buscando ofrecer la más alta rentabilidad para el último año móvil, pretendiendo a la vez aprovechar posibles ineficiencias de mercado, dadas las normas para las inversiones. Claramente, en este caso no se aprovechan los premios por liquidez en beneficio de los afiliados más jóvenes. En este contexto además ocurre que, fruto de la competencia por aprovechar las oportunidades extraordinarias, dichas ineficiencias tienden a desaparecer a menos que sean exógenas (producto de una política económica, por ejemplo). Incluso si persisten las oportunidades para obtener beneficios sobrenormales, es difícil concebir que sólo algunas AFP puedan aprovecharlas. Esto en definitiva hace que las diferencias en rentabilidad entre AFP se transformen en "ruido blanco" inútil para predecir diferencias entre las rentabilidades futuras de los distintos fondos de pensiones. Más adelante se presenta alguna evidencia al respecto.

Puede imaginarse también un "equilibrio segmentado" que parece dominar la situación anterior. Aquí, suponiendo que en el mercado existen diversos plazos para la medición del desempeño, cada AFP elige y hace público un plazo objetivo para su cartera, ofreciendo el servicio de "alta seguridad y rentabilidad" a aquéllos afiliados con un plazo para jubilar similar al horizonte objetivo. La segmentación puede hacerse en base a tramos de edades. En un mercado como el descrito, con el paso del tiempo sería conveniente para un afiliado ir cambiándose hacia aquellas AFP con horizontes menores^{20, 21}.

²⁰ Un argumento similar puede darse para el porcentaje invertido en acciones: éste debería decrecer mientras menor sea el plazo objetivo para el fondo de pensiones.

Si fuera cierto que el "equilibrio segmentado" Pareto-domina a la situación actual, ¿puede la competencia llevar al mercado a este nuevo "equilibrio"? Es probable que la respuesta dependa del horizonte de evaluación, de las posibilidades de medir efectivamente el desempeño, de la capacidad de interpretación que tengan los afiliados de los resultados obtenidos por las AFP y de otros factores, incluyendo la normativa vigente.

Una hipótesis es que la brevedad del horizonte de evaluación ha llevado a la situación actual en el mercado chileno de las AFP. Esto se une a la dificultad práctica para medir el "performance" de los fondos de pensiones, particularmente en un contexto "corto placista".

IV.1 Horizonte de Evaluación

Cualquiera sea su causa, un horizonte de evaluación de corto plazo presenta problemas importantes para una política de inversión de largo plazo.

El principal problema es que los instrumentos de largo plazo aparecen como demasiado "volátiles" en relación a los de corto plazo. La medida tradicional para estimar la sensibilidad del valor de los instrumentos ante cambios en las tasas de interés es la "duración" o simplemente el "plazo", tal como se entiende en la normativa vigente. Según esta medida, la variabilidad en el valor de los instrumentos es proporcional a su plazo.

Sin embargo, la duración sobreestima fuertemente la sensibilidad de los instrumentos largos ante cambios en la tasa de interés de corto plazo.

En efecto, si r representa la tasa de interés de corto plazo (base anual), V el precio de

²¹ En rigor, para que el "equilibrio segmentado" sea sostenible, debe permitirse el cobro diferenciado de cotizaciones adicionales según el costo del seguro de invalidez y sobrevivencia (SIV) para cada tramo de edad. En caso contrario, existe un problema de selección adversa, ya que los afiliados "más caros" en términos de SIV, se irían a las AFP con menores comisiones. Agradezco a S. Valdés esta observación.

mercado de un activo y Φ representa el TIR de dicho activo, entonces:

$$\frac{d \ln V}{d \ln(1+r)} \equiv \frac{d \ln V}{d \ln(1+\Phi)} \frac{d \ln(1+\Phi)}{d \ln(1+r)} \equiv -n^* \frac{d\Phi}{dr} \quad (27)$$

n^* representa la medida tradicional de duración. La fórmula anterior permite apreciar que el cambio en el valor del activo largo será sólo una fracción ($d\Phi/dr$) de lo predicho por el plazo.

El Cuadro 3 muestra estimaciones de la sensibilidad del TIR anual de diversos instrumentos financieros chilenos ante cambios de un 1% en base anual de la tasa UF a 90 días ($d\Phi/dr$, para $dr=1\%$). Además se presenta la sensibilidad en el valor de los activos ante cambios en la tasa de corto plazo ($-n^*(d\Phi/dr)$). Dichas sensibilidades fueron estimadas a partir de un análisis de regresión, cuyas características se presentan en el Anexo 2. En resumen, las sensibilidades se obtuvieron corriendo regresiones lineales simples de $\ln(1+\text{TIR})$ sobre $\ln(1+r)$, donde r es la tasa real a 90 días. Ambas tasas son en base anual.

CUADRO 3

Sensibilidad ante un cambio de 1% en la tasa UF 90 días, base anual

Instrumento	n^*	Cambio absoluto TIR Anual	Cambio en Valor	Predicc. n^*
UF 90	0,25	1%	-0,25%	-0,25%
PDP-10	8,44	0,487%	-4,11%	-8,44%
PPBC	5,34	0,516%	-2,75%	-5,34%
EST-U12	5,22	0,356%	-1,86%	-5,22%

Fuente: Elaboración propia. Ver Anexo 2.

Si bien es cierto que la mayor parte de la variabilidad en las tasas largas se explica con los cambios en la tasa de corto plazo (ver R^2 de las regresiones en el Anexo 2), y la sensibilidad de dichas tasas ante cambios en la tasa de corto plazo parece ser significativamente menor que lo predicho por la duración.

En definitiva, si el horizonte de evaluación percibido por las AFP fuera mensual, el riesgo total aparente de invertir en papeles largos sería difícil de tolerar para las AFP. Aquí hay un "problema de delegación" porque, especialmente en el caso de un afiliado

con horizonte de jubilación distante, este riesgo es irrelevante: una pérdida o ganancia de capital es un simple reflejo de un cambio en la TIR, por lo que ahora se obtiene un mayor retorno sobre un menor capital, dejando en el extremo la riqueza total final inalterada²².

IV.2 Medición del Desempeño de las AFP y Posibles Ineficiencias del Mercado de Capitales Chileno

En el punto anterior se concluyó que si el horizonte percibido de medición de desempeño fuera breve, los instrumentos largos parecerían demasiado riesgosos para los administradores de los fondos de pensiones, lo que llevaría a mantener cortos los plazos de las carteras. La pregunta que sigue es, dado un horizonte de evaluación breve, ¿qué debe o puede evaluarse?

Dado un horizonte de evaluación, el afiliado busca altas rentabilidades a bajo riesgo y costo. El ideal sería encontrar la forma de detectar aquellas administradoras con habilidades especiales, que permitan superar consistentemente a sus competidoras aprovechando eventuales ineficiencias de mercado.

Hay dos elementos que debería buscar el afiliado: buen "timing" y "selectividad positiva". El timing es la habilidad de anticiparse a los "ciclos económicos", siempre con el objetivo de obtener una alta rentabilidad a bajo riesgo. La selectividad positiva consiste comprar activos "subvaluados" y vender activos "sobreevaluados", lo que naturalmente se refleja en una rentabilidad sobrenormal.

Sin embargo, dado que el afiliado tiene que escoger entre alguna de las AFP existentes, lo importante para él no sólo consiste en determinar si una AFP tiene habilidades especiales que serían útiles en un mercado ineficiente: lo importante es detectar si dichas habilidades son superiores a las de otras AFP para aprovechar dichas oportunidades. Lo anterior permite ilustrar que, ciertamente, encontrar la "mejor" AFP no es tarea fácil.

¿Hay evidencia empírica que permita detectar habilidades especiales diferenciales?

²² Ver nota a pie de página 12.

¿Se anticipan las AFP a los cambios en el nivel de las tasas de interés?

Una forma de detectar habilidades especiales consiste en estudiar el "timing" de las AFP: la capacidad de anticiparse a los cambios futuros en las tasas de interés. Si una AFP anticipara los cambios en las tasas de interés, podría comprar instrumentos justo antes de que suban de precio y vender instrumentos antes de que bajen de precio. Esta habilidad predictiva sería provechosa para un afiliado.

Existe una forma indirecta de medir lo anterior, a través de los cambios (porcentuales) en los plazos de las carteras.

Si fuera cierto que una AFP (en promedio) anticipa correctamente los cambios en las tasas de interés, ante expectativas de alzas acortarían los plazos de las carteras. Del mismo modo, ante caídas esperadas en las tasas de interés alargarían los plazos de las carteras, buscando una ganancia de capital.

Para evitar problemas econométricos de errores-en-las-variables, la forma correcta de especificar el problema bajo estudio consiste en analizar el poder que tienen los cambios en los plazos de las carteras de las AFP para predecir cambios en las tasas de interés.

Formalmente, se define P_t como el plazo en el instante t ; r_{t+1} representa el nivel de las tasas de interés que estará vigente en $t+1$; y r_t representa el nivel vigente en t . Puede plantearse la siguiente ecuación de regresión:

$$\ln((1+r_{t+1})/(1+r_t)) = \alpha + \delta \ln(P_t/P_{t-1}) + \varepsilon_t \quad (28)$$

Si la AFP anticipara correctamente alzas en las tasas de interés acortando el plazo, δ sería negativo. Mientras más poder predictivo tenga una AFP, mejor será el ajuste de la ecuación de regresión (28). Por otra parte, δ será indistinguible de cero ya sea si la AFP no tiene poder predictivo o bien, si el acto de transar en el mercado para ajustar la cartera afecta los precios relativos de los activos de inmediato. Este último punto es importante. Si todas las AFP reciben información similar simultáneamente, todas querrán a acortar o alargar las carteras al mismo tiempo. A través de las transacciones

entregan información al mercado, y el mercado ajusta los precios. Así, el cambio predicho en las tasas de interés ocurre hoy, y no en el futuro. Esto último impide aprovechar la ganancia de capital o evitar la pérdida de capital. Por lo tanto, ya sea si las AFP no tienen poder predictivo o si los precios se ajustan rápidamente cuando intentan variar los plazos de las carteras, la estrategia basada en aprovechar los cambios predichos en las tasas de interés es inútil.

Cabe advertir que el análisis anterior no permite cuantificar la magnitud de las pérdidas o ganancias derivadas de predecir correcta o incorrectamente la tasa de interés. Tampoco se consideran los costos de transacción envueltos en el proceso de acortar o alargar los plazos de las carteras.

Se estimó la ecuación de regresión (28) para las 11 AFP con historia estadística más larga. Se utilizaron datos mensuales y plazos promedio. Como variable a ser predicha, se utilizaron las series de tasas de interés en UF a 90 días, TIR de los PDP-10 y spread entre PDP-10 y UF a 90 días. Como variable explicativa alternativa también se utilizó la serie de cambios porcentuales del plazo medio en el último trimestre móvil con respecto al plazo medio en el trimestre móvil que finalizaba el mes anterior. Esto último se hizo porque puede haber cambios exógenos en el plazo debido a los frecuentes vencimientos. En todos los casos estudiados los resultados fueron cualitativamente similares. Por ello, sólo se presentan aquí los resultados para la primera serie de tasas de interés.

Los resultados se encuentran en el Anexo 3.

La evidencia empírica presentada permite afirmar que los cambios en los plazos de las carteras de las AFP no tienen poder predictivo alguno sobre los cambios futuros en las tasas de interés. Ningún coeficiente para el cambio en el plazo (δ) resultó ser significativo, para ninguno de los períodos analizados. Asimismo, la hipótesis conjunta de que todos los δ son cero no puede rechazarse con prácticamente ningún nivel de significancia. Los R^2 de las regresiones son muy cercanos a cero y con frecuencia los signos para el δ estimado son equivocados. Los resultados son virtualmente idénticos si se utiliza la serie de TIR de los PDP-10 o el spread entre TIR de PDP-10 y UF a 90 días.

Es probable que el proceso de toma de decisiones de las AFP sea más complejo de lo que se deduce del test anterior. Es posible que se fijen en otras variables para determinar si acortar o alargar las carteras. De cualquier modo, los cambios en los plazos de las carteras no parecen responder a los cambios futuros esperados en las tasas utilizadas.

Invirtiendo el argumento anterior, si fuera cierto que las AFP cambian los plazos de las carteras en función de lo que se espera ocurra con las tasas de interés, entonces en promedio no han sido exitosas, porque no han podido aprovechar sus predicciones o porque éstas han sido erróneas. Es un éxito similar al que habrían obtenido manteniendo constante el plazo de la cartera.

Lo anterior sugiere la conveniencia de estudiar las políticas pasivas de inversión como alternativa interesante a las políticas activas, ya que al menos con las primeras se evita incurrir en frecuentes costos de transacción.

¿Pueden detectarse diferencias significativas entre las rentabilidades de las distintas AFP?

La impresión del autor es que en la actualidad hay un énfasis "excesivo" en rentabilidades de corto plazo y que éstas no son útiles para la toma de decisiones de los afiliados. Se postula que las diferencias históricas de rentabilidad anual entre AFP se explican fundamentalmente por diferencias en los plazos de las carteras y diferentes porcentajes invertidos en acciones (ni siquiera por la composición del portfolio de acciones).

El modelo teórico de valoración consistente con lo anterior supone que el retorno esperado de un activo o portfolio es una función lineal de dos factores: el riesgo de mercado y el riesgo de cambios de tasas de interés. Así, un activo (o portfolio) con mayor riesgo de mercado ("beta") tiene un mayor retorno esperado (dado que el "premio por riesgo" es positivo), cét.pár. Por su parte, un activo con mayor riesgo de cambios en las tasas de interés (que se supone correctamente medido por la "duración" del activo), tendrá un mayor retorno esperado (debido al que el "premio por liquidez" es positivo). Ex-post, cualquiera de los "premios" (e incluso ambos) pueden resultar

negativos, pero se supone que en promedio son positivos (la sección III.5 justifica este supuesto).

El porcentaje invertido en acciones mide adecuadamente la cantidad de riesgo de mercado cuando las AFP pueden escoger sólo entre acciones con riesgo similar, puesto que el beta del portfolio resulta ser proporcional al porcentaje invertido en acciones. Asimismo, el porcentaje promedio invertido en acciones (durante un año) también puede medir adecuadamente el riesgo de una estrategia dinámica: si con frecuencia se compran y venden acciones, anticipando correctamente los cambios en sus precios, el resultado será un "alto" retorno asociado a un "bajo" porcentaje invertido en acciones, cuando se compara con la alternativa de haber comprado la acción para mantenerla durante el período. Existen argumentos similares para el plazo medio de la cartera.

Bajo este modelo, la única forma de comparar entre AFP es controlando por plazo y riesgo. Si aún controlando por el riesgo asumido por la inversión en acciones y el plazo de la cartera persisten diferencias significativas en rentabilidad, entonces puede concluirse que existen algunas AFP con habilidades especiales. Controlar por plazo y acciones busca contrastar la diferencia conceptual entre una rentabilidad ex-ante y una rentabilidad ex-post. En el extremo, una alta rentabilidad ex-post podría deberse exclusivamente a buena fortuna, producto de haber asumido un alto riesgo. A su vez, una baja rentabilidad ex-post para una AFP con cartera larga podría explicarse por una alza imprevista en las tasas de interés y esto no necesariamente significa que el afiliado se ha visto perjudicado.

Lo anterior quiere decir que si, una vez controlado el plazo y el riesgo de la cartera, no pueden detectarse diferencias significativas de rentabilidad entonces no es posible determinar en base a rentabilidades históricas cual es la AFP "más hábil" en cuanto a timing y selectividad. La diversidad de resultados se debería a las distintas políticas de inversión seguidas por las AFP y no existirían diferencias significativas de rentabilidad. Para verificar si hay diferencias significativas, cualquier test estadístico corrige por varianza. Por lo tanto, si no existen diferencias significativas de rentabilidad, esto debe interpretarse como que una vez considerados los riesgos de plazo y accionario las diferencias desaparecen.

Estas hipótesis pueden ser verificadas empíricamente mediante regresiones de corte

transversal. Los errores de la ecuación de regresión representan las "habilidades" especiales (que pueden ser positivas o negativas). El error es la diferencia entre el retorno observado y lo predicho por el modelo, que ya considera los riesgos de mercado y de plazo. La hipótesis mantenida es que cada error es indistinguible de cero. Como estadígrafo para testear la hipótesis se utiliza la suma de errores al cuadrado que, bajo la hipótesis nula, debería ser cercana a cero. Puede notarse que esto es equivalente a observar la magnitud del R^2 de la regresión, o bien, al "Test F" que verifica la hipótesis de que los coeficientes de las variables explicativas son cero.

El Cuadro 4 muestra los resultados para los años 1986, 1987, 1988 y 1989. La variable dependiente es la rentabilidad real promedio (en logs) obtenida en el año y las variables explicativas son el plazo promedio anual de la cartera (medido en años) y el porcentaje promedio invertido en acciones (medido porcentualmente). Al no considerar la composición de las carteras accionarias y las imperfecciones en la medida para el plazo, este constituye un test de bajo poder.

Puede apreciarse que en 1986 y 1989, años con sustanciales cambios en las tasas de interés (una fuerte baja en 1986 y una sustancial alza en 1989), el plazo de la cartera tiene un alto poder explicativo. Asimismo, en todos los años con excepción de 1987, el porcentaje invertido en acciones es significativo para explicar los retornos observados. La misma información anterior se ilustra en las Figuras 4-7.

CUADRO 4
Rentabilidad Anual de la Cuota vs. Plazo y
Porcentaje Invertido en Acciones

Año:	1986	1987	1988	1989
R Cuadrado	0.9066	0.7329	0.4549	0.8717
N.Obs.	11	11	11	11
Coeficientes:				
Constante	0.0564	0.0627	0.0578	0.0561
Plazo	0.0156	-.0076	-.0077	-.0092
t-student	3.8484	-1.2408	-1.0913	-2.4332
Acciones	0.0073	0.0033	0.0018	0.0037
t-student	4.9448	4.5478	1.7742	4.2126
Test F(2,8)	38.83*	10.98*	3.34	27.18*

* Significativamente mayor que cero al 1%.

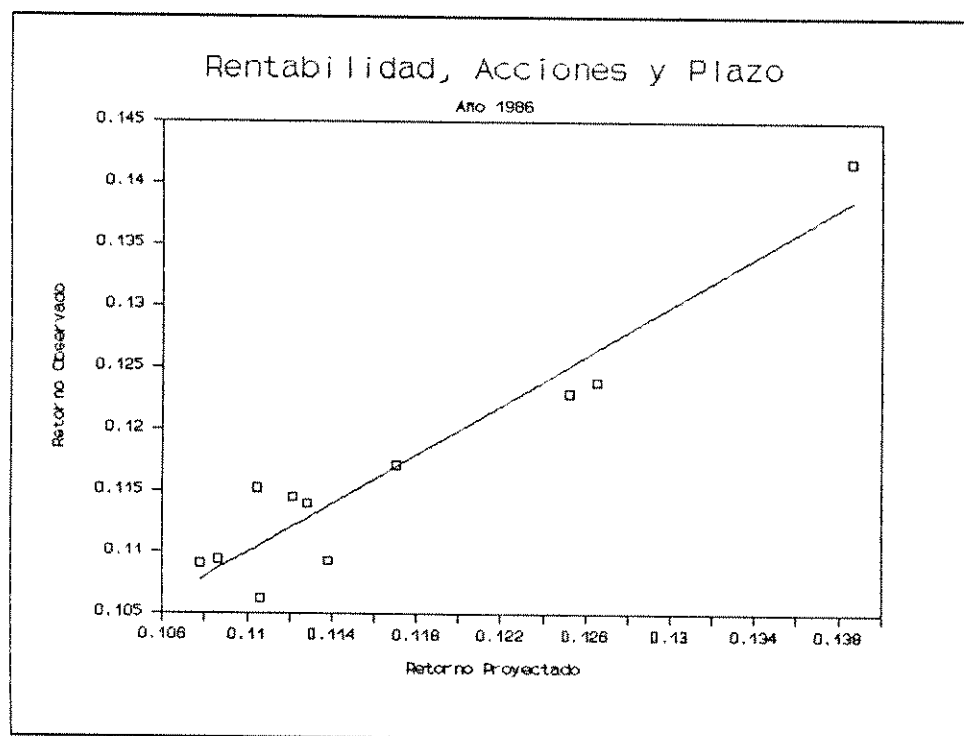


Figure 4

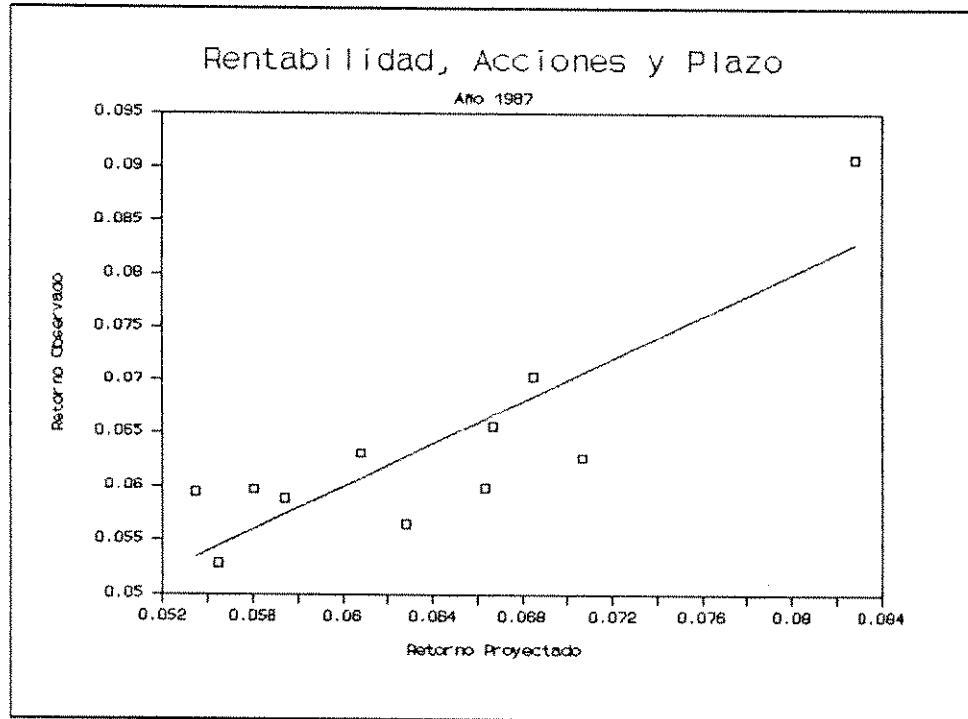


Figure 5

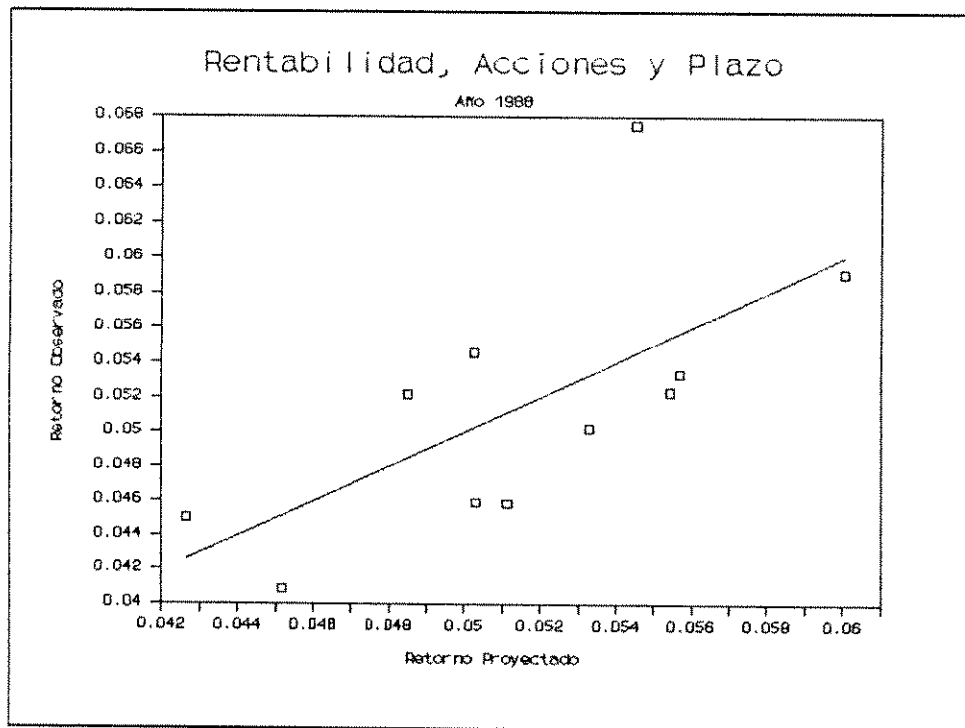


Figure 6

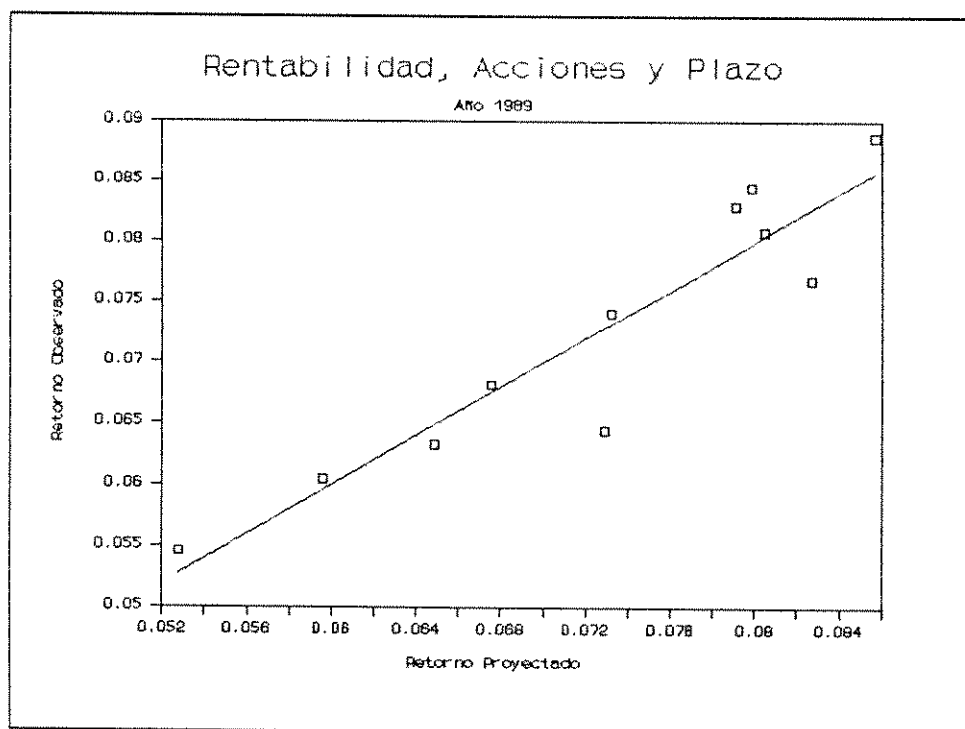


Figure 7

Los test F permiten rechazar la hipótesis conjunta de que el coeficiente del plazo y de las acciones son iguales a cero para los años 1986, 1987 y 1989 con un 1% de significancia. La excepción la constituye el año 1988, donde no puede rechazarse dicha hipótesis al 5%. Vale decir, sólo en el año 1988 puede concluirse que las diferencias de rentabilidad entre AFP no son atribuibles a distintos plazos y distintos porcentajes invertidos en acciones.

Es bastante ilustrativo que, en tres de los cuatro años, la variable porcentaje invertido en acciones tenga poder explicativo por sí sola, sin siquiera considerar la composición del portfolio de acciones. En alguna medida esto puede considerarse como evidencia en favor de la no existencia de "selectividad positiva" diferencial entre AFP, aunque debe tenerse presente que el set de oportunidades se encuentra fuertemente limitado por la regulación actual.

En resumen, la evidencia parece ser consistente con la no existencia de diferencias significativas en rentabilidad entre AFP, al menos para tres de los cuatro años analizados.

IV.3 Capacidad de análisis de información por parte de los afiliados

Las secciones anteriores han permitido ilustrar que detectar cuál es la "mejor" AFP es una tarea compleja, puesto que es difícil encontrar diferencias significativas en rentabilidad (de corto plazo) una vez que se toman en cuenta las dimensiones plazo y porcentaje invertido en acciones. Para el afiliado común esto puede parecer imposible de comprender. Dado esto, es fácil que caigan en la "falacia" de juzgar los resultados de las AFP en base a rentabilidades de corto plazo.

Aparentemente, los afiliados que se preocupan de sus ahorros previsionales efectivamente se fijan en las rentabilidades a corto plazo, mensual o anual. Esta parece ser una importante limitación llegado el momento de determinar una política de inversión. Si los afiliados con frecuencia se cambian de AFP en base a los resultados de corto plazo, podría incluso pensarse que el objetivo adecuado para el fondo de pensión pasa a ser maximizar la riqueza del afiliado minimizando la variabilidad de la riqueza en todo momento. Es en este contexto que los instrumentos largos pueden parecer demasiado volátiles para una AFP, ya que se corre el riesgo permanente de perder a los afiliados ante un mal resultado. Sin embargo, si es cierto que los afiliados responden a las rentabilidades de corto plazo, también es cierto que una política de inversión en instrumentos de inversión de largo plazo puede captar afiliados, cuando hay ganancias de capital como en el año 1986. No es claro entonces, desde el punto de vista de una AFP, que en promedio se pierden más afiliados de los que se ganan al invertir en papeles largos. Más aún, el premio por liquidez existe precisamente para inducir a los inversionistas de corto plazo a invertir en instrumentos de largo plazo, por lo que en promedio los instrumentos largos rinden más. No obstante, por consideraciones de costo es probable que las AFP deseen minimizar la rotación de afiliados.

¿Qué ha llevado a este "corto placismo"? Entre muchas, una explicación es posible: los afiliados, en su proceso de aprendizaje, han llegado a comprender que "mientras más alta la rentabilidad, mejor", pero les resulta difícil entender que la rentabilidad a corto plazo no es el mejor indicador disponible (por las consideraciones teóricas y empíricas ya presentadas) para determinar la AFP de su mayor conveniencia.

Este comportamiento de los afiliados se ve avalado por la propia normativa vigente. La normativa vigente tiene un cariz "corto placista", porque de otro modo es difícil

comprender la norma de la rentabilidad mínima, que exige a la Administradora un aporte adicional al fondo cuando la rentabilidad anual obtenida por el fondo no alcanza a estar dos puntos porcentuales por debajo del promedio del sistema, independientemente del plazo de la cartera. Un fondo de pensiones invertido mayoritariamente en instrumentos de largo plazo puede mostrar pérdidas de capital superiores al promedio, en caso que el plazo de las carteras de la competencia sea menor, lo que no necesariamente significa un perjuicio para los afiliados a dicha AFP. Sería conveniente reemplazar esta norma por una alternativa que considere en forma explícita el porcentaje invertido en acciones y el plazo de la cartera.

Por otro lado, la creación de la Cuenta de Ahorro Voluntario (C.A.V.), cuyos objetivos son de corto plazo, tiende a justificar la percepción de que es importante centrarse en los resultados a corto plazo para evaluar el fondo de pensiones. La C.A.V., concebida originalmente como una forma de "acercar" a los afiliados al sistema previsional, tiene el claro inconveniente de sesgar el horizonte de evaluación precibido por las AFP hacia el corto plazo. Si la C.A.V. es la causante del corto placismo, su creación puede llevar a sacrificar porcentajes importantes (hasta un 20%) del monto de las jubilaciones recibidas por los afiliados (ver sección III.5), dado que existen premios por liquidez.

Es natural que los complejos problemas técnicos que surgen al evaluar una AFP superen la capacidad de comprensión del afiliado común. Por lo tanto, llegado el momento de plantear soluciones en cuanto a qué información debe ser divulgada, debe tomarse en cuenta este problema. Esta limitante hace necesario escoger entre las medidas de información más simples que causen el mal menor. Cualesquiera sean estas medidas, debe limitarse e incluso eliminarse la publicidad basada en resultados a corto plazo (v.gr. anuales).

No obstante las limitaciones de la capacidad de análisis de los afiliados, para que funcione adecuadamente el mercado de las AFP no es necesario que todos los afiliados entiendan la información entregada de primera fuente. Podría ser suficiente que los afiliados más rentables para las administradoras comprendieran qué elementos son importantes para evaluar el desempeño de una AFP.

IV.4 ¿Otras Limitaciones?

El análisis realizado hasta el momento, ha permitido concluir que la limitación más importante a una estrategia de inversión de largo plazo es el horizonte de evaluación breve. El resto de los argumentos, tales como las frecuentes ineficiencias del mercado y las oportunidades extraordinarias tienen menos asidero teórico y empírico. La brevedad de dicho horizonte es atribuible a su vez a la capacidad de análisis de información por parte de los afiliados y a otros factores que tienden a justificar un comportamiento miope.

A continuación se estudia en qué medida otros factores limitan la conveniencia o factibilidad de una política de inversión basada en instrumentos de largo plazo.

Oferta copada

Uno de los argumentos esgrimidos para justificar una política de inversión de corto plazo es que no existen en el mercado chileno más papeles de largo plazo que permitan alargar los plazos de las carteras.

Es obvio que desde una perspectiva estática esto tiene que ser cierto. Sin embargo, en definitiva es un problema de precios. Si en el mercado el spread entre las tasas de financiamiento a corto y largo plazo es "alto", será relativamente más conveniente obtener financiamiento a corto plazo. Si dicho spread se reduce, aparecerán en el mercado más papeles de largo plazo. En este caso se cumple que la oferta de fondos a largo plazo generará una demanda. Las empresas más dispuestas a financiarse con deuda a largo plazo, dado un costo, serán aquéllas que hagan inversiones reales de largo alcance, para poder calzar flujos de activos y pasivos reduciendo así el riesgo total de la empresa.

Regulación y Valoración

Se arguye que el sistema de valoración a precios de mercado es una limitante para las inversiones de largo plazo, puesto que refleja en toda su magnitud las variaciones en los precios de mercado de los instrumentos financieros.

El sistema de valoración a precios de mercado tiene precisamente la virtud de reflejar efectivamente los valores económicos de los activos mantenidos por las AFP. Los precios de mercado constituyen la mejor estimación objetiva e imparcial del valor que tienen los activos.

Por lo tanto, el sistema de valoración no es el problema: el problema en este sentido sigue siendo un horizonte de evaluación breve.

Flexibilidad en la política de inversiones

Puede pensarse que una estrategia de inversión que mantenga el plazo de la cartera corto da más "flexibilidad" a la política de inversiones, ya que mantiene mayoritariamente instrumentos "líquidos".

El argumento anterior asocia el concepto de liquidez al plazo de vencimiento del activo. No obstante, cuando se piensa en "flexibilidad" se tiene en mente la posibilidad de deshacerse del activo en cuestión sin castigos en el precio recibido. Por lo tanto, el grado de flexibilidad en la política de inversiones depende de la "profundidad" del mercado secundario, más que del plazo del instrumento en cuestión. En este sentido, en la medida que la profundidad del mercado para los instrumentos cortos y largos sea similar, invertir a largo plazo da la misma flexibilidad que invertir a corto plazo.

V CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES EN MATERIA DE DIVULGACION DE INFORMACION

Llegado el momento de proponer el tipo de información que debería ser divulgada por las AFP en materia de rentabilidad, es útil tener presente las principales conclusiones que pueden derivarse del análisis realizado hasta el momento.

V.1 Resumen y Conclusiones Relevantes para Determinar qué Información Entregar a los Afiliados

Este artículo comenzó preguntando: ¿qué debería esperar (o exigir) un afiliado del administrador de su fondo de pensión? La respuesta inicial fue "que los administradores sigan estrategias de inversión 'adecuadas', dadas las preferencias del afiliado, comprando los 'mejores' instrumentos financieros (vendiendo los peores) 'en el momento preciso'."

Tratándose de estrategias adecuadas de inversión, una conclusión importante es que para un afiliado con un horizonte de tiempo distante lo importante es el riesgo de reinversión pero no el riesgo de cambios en las tasas de interés. Si el afiliado además tiene aversión al riesgo, la existencia de premios por liquidez hace doblemente conveniente la inversión en instrumentos de largo plazo: mayor rentabilidad y seguridad en el resultado de la inversión. En base a evidencia chilena reciente, tentativamente puede afirmarse que los sacrificios actuales en rentabilidad promedio anual de largo plazo son del orden de 0,14-0,48 puntos porcentuales al año al no invertir en papeles de mayor plazo. Este sacrificio en rentabilidad y seguridad puede eliminarse simplemente alargando pasivamente los plazos de las carteras. Por otro lado, una estrategia activa en papeles largos es conveniente sólo cuando hay ineficiencias que pueden ser explotadas a bajo costo.

Aumentar el porcentaje invertido en acciones es una forma efectiva de alargar los plazos de las carteras. Aquí es importante que los portfolios de los fondos de pensiones estén diversificados y que se sigan estrategias de inversión pasivas cuando el mercado es relativamente eficiente o cuando los costos de transacción son altos en relación a los beneficios que pueden obtenerse al explotar las ineficiencias. Los porcentajes actualmente invertidos en acciones son consistentes con una "muy alta" aversión al riesgo y por ello aparecen como demasiado bajos.

Para operacionalizar las estrategias de inversión adecuadas desde el punto de vista del afiliado con horizonte de largo plazo, se sugiere mantener una cartera de instrumentos con un plazo relativamente estable a través del tiempo. Dicho plazo debería encontrarse entre el horizonte de jubilación del afiliado promedio y el horizonte de medición del desempeño de las AFP.

El horizonte de evaluación o medición de desempeño de las AFP es importante porque puede llevar a diferentes "equilibrios competitivos".

Si el horizonte de evaluación es breve, situación que parece ocurrir en Chile, las AFP compiten entre sí buscando la más alta rentabilidad de corto plazo, pretendiendo a la vez aprovechar posibles ineficiencias de mercado. Hay incentivos a la rotación de cartera y desincentivos a la inversión en instrumentos de largo plazo, porque aparecen como demasiado "volátiles" en relación a los de corto plazo. Esta preocupación por la "excesiva volatilidad" de los instrumentos largos es injustificada cuando el horizonte de evaluación es razonable. Es posible que la percepción de un horizonte de evaluación corto por parte de las AFP surja por la forma en que se presenta e interpreta la información ya que, para la mayoría de los afiliados, el riesgo de cambios en las tasas de interés debería importarles poco: una pérdida o ganancia de capital es un simple reflejo de un cambio en la TIR. En el extremo, los cambios en las tasas de interés no afectan la riqueza final del afiliado.

Este proceso de competencia por rentabilidad -aunque sea a corto plazo- hace desaparecer muchas de las ineficiencias preexistentes en el mercado. Esto en definitiva hace que las diferencias históricas de rentabilidad entre AFP se aproximen a un "ruido blanco" de escasa utilidad para predecir diferencias futuras de rentabilidad ajustada por riesgo. Por lo tanto, la dinámica de la competencia hace difícil sino imposible determinar en base a información histórica si existe alguna AFP con habilidades especiales que permitan ganarles consistentemente a su competencia. Esto se relaciona directamente con la posibilidad de detectar el "timing" y la "selectividad positiva" de las AFP. No se encontró evidencia de buen timing por cuanto los cambios en los plazos de las carteras son malos predictores de los cambios futuros en las tasas de interés. En cuanto a selectividad, la evidencia parece indicar que no existen diferencias significativas de rentabilidad, especialmente después de controlar por plazo y

porcentaje invertido en acciones.

Los factores anteriores confluyen con la limitada capacidad de análisis de información por parte de los afiliados hacia la "falacia" de juzgar los resultados de las AFP en base a rentabilidades de corto plazo, lo que retroalimenta el esquema competitivo corto placista. Asimismo, la tendencia a una alta rotación de cartera no se ve frenada por los costos de transacción, porque esta información no se presenta directamente a los afiliados en el cálculo de la rentabilidad obtenida.

V.2 Condiciones que debe Cumplir la Información Entregada

Las prácticas de entrega de información en Chile (tanto de fuentes oficiales como por parte de las propias AFP), además de otros factores institucionales, han centrado el horizonte de evaluación en el corto plazo, a nivel anual e incluso mensual. Además, las rentabilidades informadas actualmente no consideran el costo que fue necesario para generarlas.

Dado lo anterior, y las conclusiones expuestas, el sistema de información que se proponga debe cumplir con las siguientes condiciones:

- Debe alargar los horizontes de evaluación. Para el cálculo de las rentabilidades debe usarse un período de tiempo mayor que o al menos consistente con los plazos actuales de las carteras (al menos tres años). Lo anterior implica minimizar la publicidad basada en rentabilidades mensuales o anuales.

Esto incentivaría a las AFP a alargar los plazos de las carteras y aumentar el porcentaje invertido en acciones con respecto a la situación actual. Aunque las AFP decidieran no alargar los plazos de las carteras, de todos modos lo relevante para los afiliados no es la rentabilidad del último mes o año.

- La información histórica sobre rentabilidades entregada debe incorporar todos los costos efectivamente pagados por los afiliados por el "servicio rentabilidad".

Esto es importante porque los costos de transacción de las AFP de alguna forma se ven

reflejados en las comisiones cobradas a los afiliados. Considerar en forma explícita los costos de transacción tiene el probable impacto de disminuir la rotación de cartera.

- No debe inhibir el aprovechamiento de oportunidades extraordinarias de mercado cuando ellas efectivamente existan y cuando el costo de dichas oportunidades no exceda su beneficio.
- No debe pretender como único fin demostrar qué AFP es la "mejor", ya que para medir lo anterior se necesitan varias dimensiones (rentabilidad, riesgo y plazo) y las diferencias de rentabilidad entre fondos de pensiones que subsisten luego de considerar todos los parámetros relevantes (incluyendo los costos para los afiliados) son pequeñas, si es que existen.

La información debe facilitar a los afiliados encontrar la AFP que "más les conviene", favoreciendo un equilibrio de mercado segmentado según el plazo faltante para la jubilación por sobre un equilibrio basado en rentabilidades a corto plazo.

- Debe incluir algún estimador razonable de las rentabilidades esperadas futuras para los afiliados.
- La información entregada debe ser comprensible por los afiliados.

Este último es uno de los requisitos más difíciles de cumplir, ya que la materia misma es compleja. En este sentido, es natural esperar que, como consecuencia de introducir un nuevo sistema de información, al comienzo haya algún grado de confusión. Sin embargo, a este respecto cabe esperar que con el paso del tiempo el grado de sofisticación de este mercado vaya aumentando. Asimismo, no es necesario que todos los afiliados sean capaces de comprender la totalidad de los elementos relevantes para el análisis. Es suficiente que los afiliados más rentables para las AFP comprendan el problema y que ellos estén dispuestos a invertir tiempo en informarse para elegir la AFP que más les conviene.

V.3 Sistema de Información Propuesto

El sistema de información propuesto consta de dos partes. Primero, información sobre rentabilidades históricas y segundo, información sobre rentabilidades esperadas futuras.

Información sobre rentabilidades históricas

Para medir el desempeño histórico de las distintas AFP se propone calcular una "TIR efectiva" para el afiliado. Esta última se calcula incluyendo todas las comisiones que debieron pagar los afiliados para obtener el fondo acumulado a una fecha dada. Sin embargo, en las comisiones pagadas por los afiliados a las AFP debe reconocerse un crédito por los beneficios atribuibles al seguro de invalidez y sobrevivencia.

Concretamente, la TIR efectiva para el afiliado debe calcularse como la tasa de descuento anualizada (δ) que hace cero el valor presente neto en la siguiente ecuación:

$$0 = -W_0 - \sum_t \frac{CE_t}{(1+\delta)^{t/12}} + \frac{W_T}{(1+\delta)^{T/12}} \quad (29)$$

donde:

W_0 Saldo Inicial Cuenta Individual

$-CE_t$ Costo efectivo para el afiliado en el mes t , que se descompone como sigue

- $0,1 \times \text{Ing. Imponible}$
- $\text{cotización adicional} \times \text{Ing. Imponible}$
- + Beneficio Estimado del Seguro

= Costo Mensual Efectivo para el Afiliado

W_T Saldo Final Cuenta Individual

T Número de meses transcurridos entre la fecha del saldo inicial y la fecha final

Cada AFP puede calcular el TIR efectivo de cada afiliado en la forma descrita, considerando al menos los tres últimos años. Toda la información necesaria para los cálculos existe, exceptuando el beneficio del seguro, pero este también puede ser

estimado²³. El siguiente cuadro muestra estimaciones de rentabilidades efectivas para distintos supuestos.

CUADRO 5: CALCULO DE RENTABILIDADES AJUSTADAS POR COMISIONES

Supuestos Caso 1:

Rentabilidad Anual del Fondo:	7.00%	7.00%
Número de Años Cotizando :	9	9
Comisión Fija :	150	0
Cotización Adicional :	2.50%	3.00%
Créd. por Seguro (% ing.imp):	1.50%	1.50%
Crecimiento Sueldos Reales :	1.50%	1.50%

Ingreso Imponible Actual :	30000	30000
----------------------------	-------	-------

	TIR	Saldos		TIR	Saldos	
	Anual	Inicial	Final	Anual	Inicial	Final
	Afiliado	(Miles \$)		Afiliado	(Miles \$)	
Ultimos 9 años	3.59%	0	395	3.75%	0	416
Ultimos 7 años	4.00%	71	395	4.14%	74	416
Ultimos 5 años	4.42%	148	395	4.54%	155	416
Ultimos 3 años	4.67%	238	395	4.77%	250	416

Supuestos Caso 2:

Rentabilidad Anual del Fondo:	7.00%	7.00%
Número de Años Cotizando :	9	9
Comisión Fija :	150	0
Cotización Adicional :	2.50%	3.00%
Créd. por Seguro (% ing.imp):	1.50%	1.50%
Crecimiento Sueldos Reales :	1.50%	1.50%

Ingreso Imponible Actual :	150000	150000
----------------------------	--------	--------

	TIR	Saldos		TIR	Saldos	
	Anual	Inicial	Final	Anual	Inicial	Final
	Afiliado	(Miles \$)		Afiliado	(Miles \$)	
Ultimos 9 años	4.51%	0	2060	3.75%	0	2081
Ultimos 7 años	4.75%	368	2060	4.14%	372	2081
Ultimos 5 años	5.05%	768	2060	4.54%	777	2081
Ultimos 3 años	5.21%	1237	2060	4.77%	1250	2081

²³ Ver Valdés y Navarro [14].

CUADRO 5: CALCULO DE RENTABILIDADES AJUSTADAS POR COMISIONES (Cont.)

Supuestos Caso 3:

Rentabilidad Anual del Fondo:	7.00%	7.00%
Número de Años Cotizando :	9	9
Comisión Fija :	150	0
Cotización Adicional :	2.50%	3.00%
Créd. por Seguro (% ing.imp):	1.50%	1.50%
Crecimiento Sueldos Reales :	1.50%	1.50%
Ingreso Imponible Actual :	300000	300000

	TIR	Saldos		TIR	Saldos	
	Anual	Inicial	Final	Anual	Inicial	Final
	Afiliado	(Miles \$)		Afiliado	(Miles \$)	
Ultimos 9 años	4.62%	0	4141	3.75%	0	4161
Ultimos 7 años	4.84%	740	4141	4.14%	745	4161
Ultimos 5 años	5.13%	1545	4141	4.54%	1554	4161
Ultimos 3 años	5.27%	2487	4141	4.77%	2501	4161

El cuadro anterior permite apreciar que la diferencia entre la rentabilidad de la cuota y la rentabilidad para el afiliado puede ser sustancial, debido básicamente a las comisiones. Asimismo, puede apreciarse que no es materia de indiferencia el saldo inicial del fondo, ya que mientras mayor sea éste, menor será la importancia relativa de las comisiones pagadas por los afiliados en relación a la rentabilidad del fondo. Por ende, si se desea publicar información basada en rentabilidad histórica, es necesario igualar en base a algún criterio los saldos iniciales de las distintas AFP utilizados en los cálculos.

Existen diversas formas de calcular y agrupar rentabilidades efectivas. La más simple consiste en hacer el cálculo anterior para un afiliado promedio: el saldo inicial corresponde al saldo que tendría el afiliado promedio del sistema a una fecha dada. Los costos efectivos pueden calcularse como los pagos totales que habría recibido la AFP del afiliado promedio, una vez deducidos los beneficios del seguro que, para grandes números, puede suponerse igual al beneficio efectivamente recibido por los afiliados del sistema. El saldo final corresponde al que tendría el afiliado promedio en caso de haberse afiliado a la AFP bajo estudio. La virtud de esta medida es que reconoce que

todo "beneficio" para una administradora, cuando proviene de sus afiliados, representa un "costo" para estos últimos.

Alternativamente, las rentabilidades efectivas de los afiliados pueden ser agrupadas en base a diversas categorías para luego ser publicadas por la Superintendencia de AFP como estadísticas oficiales en tablas comparativas. Las agrupaciones pueden hacerse por ingreso, sexo y edad. Estas agrupaciones son relevantes a causa de la estructura de comisiones y por beneficios diferenciales atribuibles al seguro de invalidez y sobrevivencia (ver Valdés y Navarro, op.cit.).

Siempre es posible cuestionarse la pertinencia de las rentabilidades históricas. Si las diferencias históricas de rentabilidad entre los distintos fondos de pensiones fueran producto exclusivo del azar, sería inútil publicar información alguna basada en ellas. Por el contrario, la información sobre rentabilidades históricas tiene utilidad cuando refleja alguna variable fundamental que sistemáticamente ha causado diferencias.

Existen causas fundamentales que pueden hacer que las rentabilidades históricas efectivamente obtenidas por los afiliados constituyan información valiosa. Tres posibles causas son las siguientes:

Primero, que efectivamente algunas AFP tengan mejor timing y selectividad que otras, a pesar de la evidencia presentada aquí al respecto. Si se suprime toda información basada en rentabilidades históricas, se elimina el incentivo a aprovechar coyunturas extraordinarias de mercado cuando surgen. Segundo, las diversas estructuras de comisiones cobradas por las AFP a través del tiempo hacen que surjan diferencias de rentabilidad permanentes entre AFP desde el punto de vista de un afiliado. Por último, pueden existir distintas tasas de beneficios atribuibles al seguro de invalidez y sobrevivencia y esa puede ser la causa de que algunas AFP cobren mayores comisiones que otras.

Información sobre rentabilidades futuras

¿Existe un buen estimador de las rentabilidades futuras de los fondos de pensiones?

Una alternativa consiste en suponer que las rentabilidades históricas son útiles para predecir las rentabilidades futuras. De hecho, esto es lo que la publicidad actual supone. Sin embargo, por las consideraciones expuestas, la rentabilidad histórica tiene serias limitantes como estimador de las rentabilidades futuras.

En el caso de instrumentos de renta fija, sin embargo, existe un indicador mejor que la rentabilidad histórica: la TIR de la cartera. Si se trata de instrumentos libres del riesgo de no pago con sólo un pago final, la TIR estima en forma perfecta la rentabilidad futura de los fondos invertidos hasta la fecha en dicho instrumento. Asimismo, si la estructura de tasas de interés es estable y se adopta la política de mantener el plazo de la cartera estable a través del tiempo, entonces la TIR sigue siendo un estimador razonable de la rentabilidad futura. En efecto, si $b(T)$ es el factor de descuento para flujos a ser recibidos al cabo de T períodos, entonces $b(T) \equiv (1 + \delta(T))^{-T}$, donde $\delta(T)$ es la TIR. La rentabilidad total de mantener un activo con un pago único en T por un año es, por definición, igual a $b(T-1)/b(T)$, que en términos de tasas corresponde a $(1 + \delta(T)) \cdot K$, donde K es un número igual a $[(1 + \delta(T))/(1 + \delta(T-1))]^T$, que es (posiblemente mayor que pero) cercano a 1 cuando los factores de descuento para pagos en dos años consecutivos sean similares. Sin embargo, cuando el pago final es incierto, la TIR sobreestima la rentabilidad futura, ya que ésta se calcula sobre la base de los pagos prometidos y no sobre los pagos esperados.

Dadas estas consideraciones y a pesar de sus limitaciones, como indicador de rentabilidad futura de la cartera del fondo de pensiones se propone divulgar la TIR de la cartera y además enfatizar la importancia del plazo de dicha cartera. Si se deseara solo un número "fácilmente comparable" entre AFP, eliminando la dimensión plazo, deben hacerse supuestos de reinversión a una tasa "normal". Sin embargo, igualar los horizontes de inversión tiene el problema de orientar la información hacia demostrar cuál es la "mejor" AFP, impidiendo que se formen clientelas según el plazo objetivo de las carteras de las distintas AFP.

Claramente, esta medida de información tiene ventajas y desventajas, pero, a juicio del autor, las primeras sobrepasan a las segundas si la alternativa es un sistema de información basado exclusivamente en rentabilidades históricas.

Las principales ventajas son las siguientes.

La TIR sube cuando ex-post hay pérdidas de capital y baja con las ganancias de capital. Esto unido a información histórica de los últimos años permite formarse una idea sobre la rentabilidad promedio futura.

Dado un sistema de valoración de activos a precios de mercado, la rentabilidad mostrada por la TIR es potencialmente alcanzable para el correspondiente plazo y fondos invertidos hasta la fecha. Por lo tanto, divulgar esta medida tendría el efecto probable de aclarar que la importancia de las rentabilidades de largo plazo por sobre las de corto plazo. Asimismo, como medida de rentabilidad es relativamente más estable a través del tiempo que la rentabilidad del último año móvil. También es cierto que el plazo fluctúa en forma inversa a la TIR de la cartera, pero dichas variaciones son de segundo orden en relación a las variaciones en la TIR.

Las medidas TIR y plazo muestran en forma conjunta si se aprovechan los premios por liquidez, lo que da una idea sobre las políticas de inversión de cada AFP, creando de paso un incentivo a la inversión a largo plazo cuando existen dichos premios. Asimismo, una AFP vendería un instrumento en la medida que pudiera reemplazarlo por uno con mayor TIR. Esto desincentiva una potencial "rotación excesiva" de cartera en la medida que la estructura (y no el nivel) de tasas de interés sea relativamente estable, lo que a la larga puede redundar en menores comisiones para los afiliados.

Las principales desventajas de divulgar la TIR del fondo y su plazo son las siguientes.

Habrían incentivos a comprar papeles riesgosos, dentro de límites impuestos por la normativa vigente. Entre las inversiones aprobadas por la Comisión Clasificadora de Riesgo (CCR) se escogerían las de mayor TIR, que usualmente corresponden a las más riesgosas. Sin embargo, debe recordarse que hay un factor de contrapeso en la normativa actual: si un fondo de pensiones muestra una rentabilidad ex-post demasiado baja (lo que es posible que ocurra en caso que se escojan instrumentos muy riesgosos), la AFP debe hacer un aporte adicional al fondo para completar el déficit de rentabilidad. Si, por el contrario, el fondo obtiene una "muy alta" rentabilidad (lo que también puede ser fruto de haber hecho inversiones muy riesgosas), el beneficio para la administradora consiste sólo en el ahorro del costo financiero de la parte del encaje que se libera. Esto

significa que las pérdidas y ganancias potenciales derivadas de una "inversión especulativa" son fuertemente asimétricas: el castigo en caso de pérdida es mayor que el premio en caso de ganancia, cét.pár.

Un segundo problema surge cuando hay un cambio en el riesgo de quiebra de la empresa emisora de un instrumento de renta fija. Dado que la TIR sube, no habría un incentivo a vender el papel. Sin embargo, este desincentivo a la venta de dicho papel es relevante sólo cuando la AFP es capaz de visualizar la mayor probabilidad de quiebra antes que el resto del mercado. En caso contrario es un "costo hundido". En efecto, si la AFP no es capaz de anticiparse al mercado, al vender dicho instrumento recibirá un precio castigado de todos modos, por lo que no es claro que sea conveniente vender el instrumento ex-post. Cualquiera sea el caso, es muy probable que en esas circunstancias la CCR decida que el instrumento en cuestión es inelegible por las AFP. A pesar del análisis anterior, es efectivo que el aumento en el riesgo de quiebra sesgará hacia arriba la TIR como indicador de rentabilidad esperada a menos que no se incluya en su cálculo.

Un tercer problema que presentan la TIR y el plazo como complemento al sistema de información para los afiliados consiste en cómo llevar a cabo los cálculos cuando una parte del fondo se encuentra invertida en instrumentos de renta variable, particularmente en acciones. En este caso, sin embargo, en un mercado competitivo y relativamente eficiente, la rentabilidad ajustada por riesgo ofrecida por las acciones es igual a la rentabilidad de los instrumentos de renta fija. Por ende, pueden ser omitidas del cálculo de la TIR. Respecto del plazo, sí parece recomendable diseñar una metodología que permita incluir a los instrumentos de renta variable en el cálculo del plazo, lo que en principio es factible. Una forma de hacerlo se ilustra a continuación:

Si los dividendos esperados (D) y la tasa de descuento relevante (r) son constantes a perpetuidad, el precio de la acción es $P=D/r$. El plazo en este caso resulta ser $-d\ln(P)/d\ln(1+r) = 1+r^{-1}$.

El principal problema que enfrenta cualquier sistema de información escogido radica en la capacidad del público para interpretar la información publicada. Si no fuera así, para un adecuado funcionamiento del mercado bastaría divulgar toda la información

posible. Tal como se dijo anteriormente, es natural esperar que, como consecuencia de introducir un nuevo sistema de información, al comienzo haya algún grado de confusión. No obstante, no es claro que un determinado grado de confusión no sea necesario e incluso positivo, ya que éste mueve a un mayor análisis. Puede que en la actualidad la capacidad de interpretación de información por parte de los afiliados haya aumentado con respecto a lo que ocurría en los inicios del nuevo sistema previsional, pero si la información que analizan los afiliados es irrelevante, inadecuada o incompleta, de poco sirve el grado actual de claridad para un funcionamiento adecuado del sistema.

A este respecto vale la pena reiterar dos puntos: primero, es razonable esperar que con el paso del tiempo el grado de sofisticación de este mercado vaya aumentando; y segundo, no es necesario que todos los afiliados sean capaces de comprender la totalidad de los elementos relevantes para el análisis. Puede ser suficiente que los afiliados más rentables para las AFP estén dispuestos a invertir tiempo en informarse para así comprender el problema que significa la elección de una AFP conveniente.

BILIOGRAFIA

1. Arrow, Kenneth. "The Theory of Risk Aversion", Cap. 3, *Essays in the Theory of Risk Bearing* (1965).
2. Bellman, Richard. *Dynamic Programming*. Princeton, N.J., Preinceton University Press (1957).
3. Brown, Keith, W.V. Harlow y Sena M. Tinic. "How Rational Investors Deal with Uncertainty (Or, Reports on the Death of Efficient Markets are Greatly Exaggerated)". *Journal of Applied Corporate Finance*. Vol. 2, No. 3 (Fall, 1989), pp.45-59
4. Coloma, Fernando. "Rentabilidad de Distintas Formas de Inversión (1975-1988)". Mimeo. Instituto de Economía. Pontificia Universidad Católica de Chile (Sept.1988).
5. Copeland, Thomas E. y J. Fred Weston. *Financial Theory and Corporate Policy*. Second Edition. Addison-Wesley, Reading Massachusetts (1983).
6. Diamond, P.A. "A Framework for Social Security Analysis". *Journal of Public Economy* 8 (1977). pp.275-298.
7. Iglesias, Augusto. "Estrategias de Inversión de los Fondos de Pensiones". Charla presentada en el Tercer Congreso de Finanzas, Escuela de Administración, Pontificia Universidad Católica de Chile (Agosto de 1990). (A ser impreso en Anales del Tercer Congreso de Finanzas).
8. Ingersoll, Jonathan E. *Theory of Financial Decision Making*. Rowman and Littlefield, New Jersey (1987)
9. Jensen, Michael. "Some Anomalous Evidence Regarding Market Efficiency", *Journal of Financial Economics* 6 (1978) pp. 95-101.
10. Lintner, John. "The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets." *Review of Economics and Statistics* 47 pp.13-37 (1965)
11. Litzengerger R.H., E.I. Ronn. "A Utility-Based Model of Common Stock Price Movements". *Journal of Finance*, Vol XLI, No.1 (March 1986).
12. Sharpe, William. "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk." *Journal of Finance* 19, pp 425-42 (Sept. 1964)
13. Trainer, F.H., D. Levine y J.A. Reiss. "A Systematic Approach to Bond Management in Pension Funds". *Journal of Portfolio Management* (Spring 1984).
14. Valdés, Salvador y Eduardo Navarro. "Subsidios Cruzados en el Seguro de Invalidez y Sobrevivencia". *Documento de Trabajo*. Instituto de Economía, Pontificia Universidad Católica de Chile (1990)

15. Walker, Eduardo. "Inflation, Multiple Goods and the CAPM. Theory and Estimation under Thin Trading" (Tesis Doctoral). *Trabajo Docente 188-01*, Escuela de Administración, Pontificia Universidad Católica de Chile.

ANEXO 1: Un Modelo para las Tasas de Interés

Las covarianzas del Cuadro 2 fueron obtenidas en base a los supuestos siguientes.

Tasas Forward

Se supone que las tasas forward son proporcionales a las tasas de interés spot esperadas:

$${}_1f_2 = \pi_2 E_0 {}_1r_2 \quad (A1.1)$$

$${}_2f_3' = \pi_3 E_1 {}_2r_3 \quad (A1.2)$$

donde ${}_2f_3'$ representa la tasa de interés forward para el período $t=2$ a $t=3$ que se encontrará vigente en $t=1$. Los π son proporciones fijas. Si $\pi > 1$, hay un premio por liquidez. A su vez, la tasa de interés forward vigente en $t=0$ para el período $t=2$ a $t=3$ es

$${}_2f_3 = \pi_3 E_0 {}_2r_3 = E_0 {}_2f_3' \quad (A1.3)$$

Tasas Spot

Primero se descomponen las tasas de interés entre una parte que es esperada en base a la información disponible y una "sorpresa":

$${}_1r_2 = (E_0 {}_1r_2) \varepsilon_1 \quad (A1.4)$$

$${}_2r_3 = (E_1 {}_2r_3) \varepsilon_2 \quad (A1.5)$$

$$E_1 {}_2r_3 = (E_0 {}_2r_3) u \quad (A1.6)$$

donde $E\varepsilon_1 = E\varepsilon_2 = Eu = 1$. Además, para que haya consistencia con la ley de expectativas iteradas, se supone que ε_2 es independiente de u y de ε_1 . Sin embargo, u y ε_1 pueden estar correlacionados.

Los supuestos anteriores son suficientes como para garantizar que $cov_0(W_{3,1}, r_3)$ tenga los signos expresados en el Cuadro 2 para las estrategias #1, #2, #5 y #6. Asimismo, bajo los supuestos anteriores $cov_0(W_{3,2}, r_3)$ tiene el signo descrito en el Cuadro 2 para

las estrategias #3, #4, #5 y #6. Con los supuestos anteriores no puede determinarse el signo de $\text{cov}_0(W_3, r_3)$ para las estrategias #3 y #4. Tampoco puede determinarse el signo de $\text{cov}_0(W_3, r_3)$ para las estrategias #1 y #2.

Un Proceso Estocástico para Evolución de las Tasas de Interés

Con el objeto de obtener los signos restantes para las covarianzas del Cuadro 2, se supone el siguiente proceso estocástico para las tasas de interés brutas (uno mas la tasa de interés):

$${}_k r_{k+1} = ({}_k r_k)^\beta \mu^{1-\beta} \epsilon_k \quad \mu \geq 1; 1 \geq \beta \geq 0 \quad (\text{A1.7})$$

donde ϵ_k se distribuye i.i.d. Lognormal con los siguientes momentos:

$$E(\epsilon_k^t) = \exp\{\sigma^2 t(t-1)/2\} \quad (\text{A1.8})$$

Aquí σ^2 es la varianza de $\ln(\epsilon)$. De esta forma se da, por ejemplo, que $E({}_1 r_2) = ({}_1 r_2)^\beta \mu^{1-\beta}$, vale decir, si ${}_1 r_2 = \mu$ no se espera que cambie la tasa de interés spot para el período siguiente. A su vez, $\beta=1$ implica un Random Walk para las tasas de interés y $\beta=0$ implica que las tasas de interés son i.i.d. Con esta especificación además puede encontrarse una expresión para u en (A1.6):

$$u = \epsilon^\beta / E\epsilon^\beta \quad (\text{A1.9})$$

Con el conjunto de supuestos anteriores, es posible demostrar que para todo $1 \geq \beta \geq 0$, las covarianzas en el Cuadro 2 tienen el signo descrito. Vale decir, los resultados presentados en este artículo son válidos para un amplio espectro de modelos para la determinación las tasas de interés. Las demostraciones formales no se presentan aquí en aras de brevedad y porque no aportan mayormente al análisis.

ANEXO 2: Sensibilidades de los TIR ante Cambios en la Tasa UF 90 días

Para cada instrumento financiero, se corrió la regresión simple:

$$\ln(1+\Phi_t) = a + b \ln(1+r_t) + \epsilon_t \quad (A2.1)$$

donde Φ_t y r_t representan el TIR mensual y la tasa de interés mensual UF 90 días, respectivamente. Las series fueron construidas intentando mantener el plazo de los instrumentos relativamente constante, escogiendo nuevas emisiones de los mismos cada vez que fue posible.

Aquí b representa la "elasticidad" de la tasa larga ante cambios en la tasa corta, que se aproxima como $d\Phi/dr$. Los resultados son los siguientes:

	PDP-10	PPBC	EST-U12
$\hat{a}$	0.0366	0.0357	0.0463
$\hat{b}$	0.4874	0.5158	0.3563
t-student($\hat{b}$)	19.597	13.824	15.899
R^2	0.8403	0.7894	0.7642
Fechas	6'84-8'90	1'84-7'90	1'84-7'90
Nº Obs.	75	53	80

FUENTE: Elaboración propia a partir de datos proporcionados por AFP HABITAT.

Debe advertirse que los errores de estas regresiones exhiben un comportamiento autorregresivo. No obstante, sondeos preliminares han mostrado que el valor estimado de los parámetros (incluyendo el t-student) no se ve mayormente afectado al corregir por este problema. Por otro lado, se sabe que a pesar del comportamiento autorregresivo de los errores, los estimadores siguen siendo consistentes. El comportamiento autorregresivo sólo sesga las desviaciones estándar y el estadígrafo t.

ANEXO 3: Capacidad Predictiva de los Plazos de las Carteras

Si fuera cierto que una AFP anticipa correctamente los cambios en las tasas de interés, ante expectativas de alzas acortarían los plazos de las carteras. Se define P_t como el plazo en el instante t ; r_{t+1} representa el nivel de las tasas de interés que estará vigente en $t+1$; y r_t representa el nivel vigente en t . La siguiente ecuación de regresión es:

$$\ln((1+r_{t+1})/(1+r_t)) = \alpha + \delta \ln(P_t/P_{t-1}) + \varepsilon_t$$

Se estimó la ecuación de regresión para las 11 AFP con historia estadística más larga. Se utilizaron datos mensuales y plazos promedio. Como variable a ser predicha, se utilizaron las series de tasas de interés en UF a 90 días, TIR de los PDP-10 y spread entre PDP-10 y UF a 90 días. Sólo se presentan aquí los resultados para la primera serie de tasas de interés porque, cualitativamente, todos los otros resultados fueron idénticos.

CUADRO A3.1

Predicción de Cambios en la Tasa UF90 Días vía Cambio Porcentual en el Plazo de la Cartera

Panel A:	Período: 85:1 a 90:5	n= 65		
Regresión #	Alfa (t-stud)	Delta (t-stud)	R ²	Ljung-Box p-value
1	-0.00329 -0.28374	0.005236 0.404221	0.000246	0.677443
2	-0.00329 -0.28493	0.005239 0.346037	0.000532	0.678116
3	-0.00327 -0.28182	-0.00106 -0.22300	0.000036	0.674712
4	-0.00329 -0.30123	0.145514 1.487279	0.028902	0.69261
5	-0.00325 -0.28399	-0.01445 -0.32559	0.001629	0.676371
6	-0.00327 -0.28243	-0.00169 -0.38559	0.000138	0.674509
7	-0.00327 -0.28187	0.000188 0.047598	0.000001	0.67551

CUADRO A3.1-Continuación
Predicción de Cambios en la Tasa UF90 Días vía
Cambio Porcentual en el Plazo de la Cartera

Panel A: Período: 85:1 a 90:5 n= 65

Regresión #	Alfa (t-stud)	Delta (t-stud)	R ²	Ljung-Box p-value
8	-0.00327 -0.28202	-0.00075 -0.05597	0.000022	0.675612
9	-0.00327 -0.28174	-0.00059 -0.08752	0.000010	0.675849
10	-0.00327 -0.28567	-0.00755 -0.14609	0.000740	0.676856
11	-0.00326 -0.28333	0.007818 0.337265	0.001022	0.674244

Hipótesis Conjunta: todos los delta = 0: valor-p 0.996161

CUADRO A3.1-Continuación
Predicción de Cambios en la Tasa UF90 Días vía
Cambio Porcentual en el Plazo de la Cartera

Panel B:	Período: 87:1 a 90:5	n= 65		
Regresión #	Alfa (t-stud)	Delta (t-stud)	R ²	Ljung-Box p-value
1	0.024620 2.109191	0.004364 0.008241	0.000211	0.953475
2	0.024649 2.110445	0.002192 0.810531	0.000079	0.953627
3	0.024854 2.155771	-0.01820 -0.94514	0.004456	0.948834
4	0.023833 2.145081	0.125696 1.584294	0.030219	0.95452
5	0.024716 2.213522	-0.02866 -0.43861	0.008094	0.957515
6	0.024663 2.127719	-0.00865 -1.02973	0.002672	0.950493
7	0.024666 2.111382	0.000005 0.002522	-0.00000	0.953063
8	0.024903 2.189112	-0.03631 -0.61893	0.007742	0.95761
9	0.024574 2.185643	-0.06557 -0.83582	0.012809	0.947937
10	0.024342 2.281125	-0.11414 -0.86873	0.029812	0.959628
11	0.024613 2.139414	0.020166 0.788765	0.005193	0.949207

Hipótesis Conjunta: todos los delta = 0: valor-p 0.944361