

Nº 336

Marzo 2008



Documento de Trabajo

ISSN (edición impresa) **0716-7334**

ISSN (edición electrónica) **0717-7593**

La Predicción de la Insolvencia de Empresas Chilenas

Felipe Zurita

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
INSTITUTO DE ECONOMIA

Oficina de Publicaciones
Casilla 76, Correo 17, Santiago
www.economia.puc.cl

LA PREDICCIÓN DE LA INSOLVENCIA DE EMPRESAS CHILENAS

Felipe Zurita*

Documento de Trabajo N° 336

Santiago, Marzo 2008

*fzurita@faceapuc.cl

INDEX

1. INTRODUCCIÓN	1
2. MODELOS	4
2.1 Modelo de Riesgo de Crédito: Distancia a la Insolvencia	4
2.2 Modelo Probit	7
2.3 Modelo de Duración	8
3. DATOS	10
4. ESTIMACIÓN	13
4.1 Modelo de Riesgo de Crédito	13
4.2 Modelos Estadísticos	14
5. RESULTADOS	15
5.1 Modelo de Riesgo de Crédito	15
5.2 Modelos Estadísticos	21
6. DISCUSIÓN	29
REFERENCIAS	30
ANEXOS	32

La Predicción de la Insolvencia de Empresas Chilenas

Felipe Zurita¹

Primera versión: 9 de septiembre de 2006

Esta versión: 26 de marzo de 2008

Este trabajo compara modelos de inestabilidad financiera de naturaleza estadística y basados en la teoría de opciones, para el conjunto de sociedades anónimas abiertas chilenas. Los modelos estadísticos tienen un ajuste adecuado, aunque la peculiar historia de las quiebras en el período considerado, a saber, su aglomeración al inicio, pone en duda su utilidad como herramienta predictiva. En el segundo caso, en cambio, el promedio de probabilidades de quiebra muestra una alta correlación con indicadores de riesgo bancarios, y los precede hasta en tres trimestres. En suma, este primer esfuerzo de medición es de un éxito moderado, pero señala una serie de caminos cuya exploración aparece promisorio.

Palabras clave: insolvencia, riesgo de crédito.

Clasificación JEL: G32, G33.

1. Introducción

Este trabajo desarrolla, discute y compara modelos cuantitativos de predicción de insolvencia de empresas chilenas. La utilidad potencial de estos modelos proviene, por una parte, de su aporte a nuestra comprensión del fenómeno de la inestabilidad financiera de empresas del sector real, y por otra, de su aprovechamiento para producir indicadores de alerta temprana que permitan anticipar episodios de insolvencia generalizada.

Existen distintos eventos de interés en relación con la (falta de) salud financiera de una empresa. El incumplimiento ocurre cuando la empresa no cumple cabalmente algún compromiso financiero, como el pago de una cuota de un crédito o el cupón de un bono, ya sea en la fecha establecida (atraso o mora), o en el monto establecido. La insolvencia (o quiebra) económica ocurre cuando el valor económico de los activos es inferior al valor de las obligaciones de la empresa. La insolvencia (o quiebra) contable ocurre cuando el patrimonio contable es negativo, esto es, el valor contable del activo es menor que el del pasivo. Finalmente, la quiebra legal es el procedimiento de liquidación ordenada de los activos de una empresa en situación de insolvencia, declarada en el caso chileno por un Tribunal Civil y de acuerdo con lo estipulado en la Ley N° 18.175. Si la preocupación es la cadena de pagos, entonces el incumplimiento debiera ser la principal variable a estudiar. En cambio, si la preocupación es la producción del sector real, entonces debiera mirarse la insolvencia.

Si bien existe una evidente relación entre cada uno de estos eventos, esa relación no es tan estrecha como podría pensarse en primera instancia. Por ejemplo, el incumplimiento, si bien puede ser una señal de insolvencia, no necesariamente es seguido de ésta. El atraso en el pago de obligaciones puede deberse a un pro-

¹Agradezco los valiosos comentarios de dos árbitros anónimos, así como de Kevin Cowan, Consuelo Edwards, Rodrigo Fuentes, Valeria García, Luis Oscar Herrera, Mariela Iturriaga, Alejandro Jara, Alejandro Micco y Eric Parrado, y especialmente los de Cristián Echeverría. Agradezco también el invaluable apoyo de Dieter Lineberg. Todos los errores son de la exclusiva responsabilidad del autor.

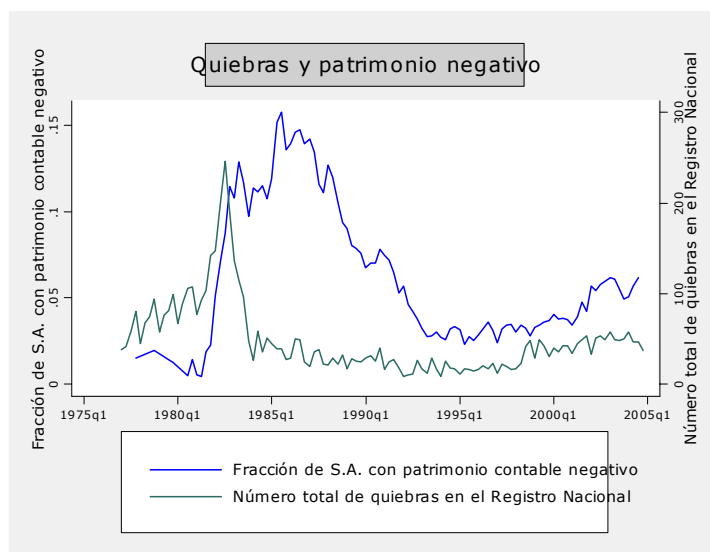
blema de liquidez, pasajero. Recíprocamente, ni la insolvencia económica ni la insolvencia contable son necesariamente precedidas de incumplimiento. En efecto, y aunque no es usual, la quiebra económica se podría producir sin que la empresa hubiese incurrido nunca en mora; piénsese por ejemplo en el caso de una empresa que viera caer bruscamente sus perspectivas de ventas y hubiese emitido bonos cuyos cupones sean pagaderos en un futuro lejano. La quiebra contable puede, asimismo, ocurrir en una empresa con flujos de caja y activos intangibles (no considerados en el balance) abundantes. Finalmente, si bien la quiebra legal debe estar precedida de incumplimiento de obligaciones comerciales, éste puede no haber afectado a prestamistas o tenedores de bonos (nuestra definición de incumplimiento) sino a proveedores o empleados. A modo de ejemplo, el cuadro 1 resume información de 2.794 sociedades anónimas chilenas que existieron en algún período entre 1977 y 2004. 251 de ellas quebró y 219 tuvo alguna vez un patrimonio contable negativo, pero sólo 28 cumplieron ambas condiciones. Así, sólo un 13% de las que tuvieron patrimonio negativo eventualmente quebró, y sólo un 11% de las que quebró había tenido alguna vez un patrimonio negativo en el período considerado. La figura 1 compara la evolución de ambos indicadores en la misma base de datos.

Cuadro 1: Quiebra legal y patrimonio contable

¿Alguna vez...	...tuvo patrimonio contable negativo?		
...quebró legalmente?	No	Sí	Total
No	2352	191	2543
Sí	223	28	251
Total	2575	219	2794

Fuente: construido a partir de Fecus de S.A. (SVS) y Registro Nacional de Quiebras.

Figura 1: Quiebras y patrimonio negativo



La relación entre estos cuatro tipos de evento es, entonces, débil y parcial en un sentido estadístico, y sin embargo los cuatro son de interés por sus repercusiones sobre el sistema de pagos. La literatura financiera, por su parte, ha recurrido a todos ellos ocasionalmente. La quiebra legal es, no obstante, el que probablemente ha recibido mayor atención.

La literatura es también amplia y variada en lo metodológico. Entre los modelos estadísticos se encuentran los

de análisis discriminante (Altman, 1968), los modelos probit y logit (Shumway, 2001, Bunn y Redwood, 2003, Chava y Jarrow, 2004) y los modelos de duración (Duffie y Wang 2004). Estos modelos, aunque contruidos sobre la base de modelos probabilísticos distintos, comparten el propósito de identificar variables que se comporten distinto cuando el evento ocurre que cuando no lo hace, o que se comporten distinto en empresas que eventualmente han quebrado o caído en insolvencia que en aquellas que no lo han hecho.

Por otro lado encontramos los modelos basados en la teoría de opciones, en la tradición iniciada por Merton (1974), también llamados modelos teóricos o de riesgo de crédito. Este tipo de modelo es ampliamente utilizado en la industria financiera en la evaluación de riesgo de crédito de corporaciones. Una de sus variantes, el modelo KMV, fue desarrollada por Vasicek (1984) para la corporación KMV (subsidiaria de la clasificadora de riesgo Moody's). El eje central del modelo es el cálculo del índice ordinal distancia a la insolvencia, que corresponde al número de desviaciones estándar (del valor de los activos de la empresa) que separan al valor de la empresa actual de aquél valor en que se produciría la insolvencia, para un horizonte determinado. A cada distancia al incumplimiento le corresponde una probabilidad de incumplimiento similar a la que se obtendría de un modelo logit, probit, o de duración. A diferencia de éstos, sin embargo, existe una teoría económica formal que la justifica.

Típicamente los modelos teóricos estiman probabilidades de quiebra mucho mayores que los modelos estadísticos, estando estos últimos determinados por la frecuencia histórica de ocurrencia de quiebras. Es útil entonces distinguir entre riesgo y frecuencia: los modelos teóricos pueden entenderse como alertando sobre la viabilidad de la empresa de no tomarse medidas correctivas. Pero estas medidas de hecho se toman: las empresas en problemas renegocian sus pasivos, reestructuran su deuda, se fusionan, son compradas, etc. Por esto no debe sorprender que un modelo teórico acuse un riesgo quizás alto, aún cuando no se registran casos de quiebra.

Respecto de las variables a nivel de empresa ocupadas como predictores de incumplimiento, en la literatura se han explorado las de origen contable (Altman, 1968, Zmijewski 1984), las variables de mercado, como capitalización bursátil y volatilidad de los retornos accionarios (Shumway, 2001), y las basadas en variables de mercado, como la distancia al incumplimiento (Duffie y Wang 2004). Diversos autores subrayan que los modelos que ocupan exclusivamente variables contables y macroeconómicas alcanzan niveles de precisión inferiores en la predicción de la insolvencia (Bunn y Redwood, 2003). Por otro lado, modelos estadísticos que incluyen la distancia al incumplimiento (o la probabilidad estimada de insolvencia) tienden a alcanzar mayor precisión que los modelos de riesgo de crédito (Duffie y Wang, 2004).

Este trabajo estudia alternativas para producir un indicador de riesgo de insolvencia de empresas. Si bien la literatura internacional sirve de guía para este propósito, el análisis empírico del caso chileno presenta desafíos peculiares. Por una parte, la historia de las quiebras en las últimas décadas ha sido tremendamente dispar. En efecto, una mayoría abrumadora de las quiebras de sociedades anónimas ocurrieron hace más de veinte años; en la última década son prácticamente inexistentes. Por otra parte, la disponibilidad de datos es muy restrictiva más allá de la última década. La combinación de estos hechos implica que no es posible estimar un modelo estadístico mixto (esto es, uno que incluya variables de mercado o de distancia al incumplimiento) como los recomendados por Shumway (2001) ó Duffie y Wang (2004). En cambio, se debe optar por (a) un modelo teórico (de riesgo) sin validación directa², aplicado sobre la historia reciente, ó (b) un modelo estadístico (de frecuencia) sin base teórica explícita, que puede abarcar un período cuyo largo depende de las variables explicativas que se quiera incorporar. En este estudio se hacen ambos.

Así, este trabajo describe, estima y compara los siguientes modelos: (i) el modelo de riesgo de crédito básico de Merton (1974), de acuerdo a la adaptación empírica de Duffie y Wang (2004); (ii) un modelo probit para la estimación del riesgo de quiebra legal; (iii) un modelo probit para la estimación del riesgo de salida por razones ajenas a la quiebra, y (iv) un modelo de duración que considera simultáneamente los dos eventos: salida

² Siempre es posible construir probabilidades a partir de un modelo teórico: esencialmente se estiman los parámetros de la volatilidad del valor de los activos y se calcula la probabilidad de que éste esté por debajo de un determinado umbral. Su validación empírica requeriría, sin embargo, de la existencia de casos de quiebra.

por quiebra y por cualquier otra razón.

Las principales conclusiones son las siguientes:

1. El modelo de Merton produce un indicador de riesgo de crédito de buenas propiedades, y que se adelanta en hasta tres trimestres a, por ejemplo, los indicadores de riesgo de la banca. Estima, sin embargo, probabilidades de quiebra excesivamente altas en comparación con la frecuencia empírica.
2. La tasa de variación del PIB, la tasa de interés y el tipo de cambio real explican razonablemente bien el comportamiento agregado de la tasa de quiebra, tanto en el modelo probit como en el de duración. La quiebra a nivel individual, sin embargo, permanece en gran medida inexplicada en un sentido estadístico.
3. Las salidas por razones ajenas a la quiebra estarían explicadas parcialmente por la tasa de variación del PIB, y mayoritariamente por factores que al presente estudio se le escapan. Al mismo tiempo, se destaca la estrecha relación entre quiebras y salidas por otras razones, lo que sugiere la utilidad de monitorear esta segunda variable en el análisis de la inestabilidad financiera del sector real.

El resto de este trabajo se organiza como sigue. La sección 2 describe todos los modelos probabilísticos con resultados. La sección 3 describe los datos utilizados. La sección 4 entrega los detalles de su estimación. La sección 5 presenta y compara los resultados. La sección 6 concluye.

2. Modelos

2.1 Modelo de riesgo de crédito: distancia a la insolvencia

En los modelos derivados de la teoría de opciones, el punto de partida es pensar en el valor de los activos de la empresa como una variable aleatoria. Si denotamos por V al valor de mercado de los activos de la empresa, y por L al valor de su deuda, el cálculo de la probabilidad de quiebra corresponde al cálculo de la probabilidad del evento $\{V < L\}$, valor de los activos menor que valor de la deuda. Lo esencial del modelo es entonces la forma que se le da a la variable aleatoria (o mejor dicho, al proceso estocástico) valor de los activos. La dificultad empírica proviene del hecho que el valor económico de los activos no es observable. La teoría de opciones ayuda, entonces, en su estimación.

Existen diversos modelos de valoración de opciones. Para empresas de las que se conozca el precio de mercado de su propiedad (su patrimonio bursátil), es posible invertir la fórmula de valoración escogida para obtener una estimación tanto del valor de mercado de los activos, como de los parámetros del proceso estocástico que se les atribuye. Los modelos se diferencian en dos aspectos: (1) la forma funcional que se le atribuye a la variable aleatoria V , y (2) el tipo de opción que se considera.

Respecto de la forma funcional, lo habitual es suponer una distribución lognormal para V , de manera que su tasa de variación se distribuya normalmente. Además de su simplicidad, en modelos de tiempo continuo esta elección es natural si se supone que las variaciones porcentuales infinitesimales de V son independientes e idénticamente distribuidas, por el teorema del límite central. Por otro lado, los modelos más sencillos (y comunes) de valoración de opciones permiten obtener soluciones analíticas cerradas bajo este supuesto, lo que constituye una ventaja evidente.

En efecto, en general se supone que el valor del activo en la fecha t , denotado indistintamente por $V(t)$ ó V_t , sigue el proceso browniano geométrico:

$$(2.1) \quad \frac{dV_t}{V_t} = \mu_A dt + \sigma_A dZ_t,$$

donde dZ_t es un proceso de Wiener estándar, μ_A la tasa media de crecimiento de V y σ_A su desviación estándar. La incertidumbre sobre el valor del activo proviene del riesgo propio del negocio de la empresa (ventas, costos, etc.), que se traduce en riesgo sobre el valor de mercado de los bienes de capital y otros intangibles (por ejemplo, reputación), resumidos en V .

Desde la perspectiva de la fecha $t < T$, esto significa que:

$$(2.2) \quad \ln V_T \sim N\left(\ln V_t + \left(\mu_A - \frac{1}{2}\sigma_A^2\right)(T-t), \sigma_A^2(T-t)\right).$$

Por lo tanto, tenemos:

$$(2.3) \quad \frac{\ln V_T - \ln V_t - \left(\mu_A - \frac{1}{2}\sigma_A^2\right)(T-t)}{\sigma_A \sqrt{(T-t)}} \sim N(0,1).$$

La insolvencia en T ocurre si $V_T < L_T$. Luego, la probabilidad (en t) de insolvencia en T está dada por:

(2.4)

$$\begin{aligned} \Pr(\{V_T < L_T\}) &= \Pr\left(\left\{\frac{\ln V_T - \ln V_t - \left(\mu_A - \frac{1}{2}\sigma_A^2\right)(T-t)}{\sigma_A \sqrt{(T-t)}} < \frac{\ln L_T - \ln V_t - \left(\mu_A - \frac{1}{2}\sigma_A^2\right)(T-t)}{\sigma_A \sqrt{(T-t)}}\right\}\right) \\ &= \Phi\left(\frac{\ln L_T - \ln V_t - \left(\mu_A - \frac{1}{2}\sigma_A^2\right)(T-t)}{\sigma_A \sqrt{(T-t)}}\right), \end{aligned}$$

donde $\Phi(\cdot)$ es la función de distribución acumulada de una normal estándar. Observe que L_T se considera conocida en t , aunque no necesariamente su valor coincida con L_t . La razón es que tanto el endeudamiento como su estructura son variables de decisión, por lo que no cabe describir la incertidumbre respecto de su valor desde la perspectiva de la empresa (aunque evidentemente sí tendría sentido desde la perspectiva de un observador externo). En la práctica, se trata como un parámetro del problema, o más precisamente, como una secuencia de parámetros. Más aún, habitualmente L_T se reemplaza por L_t , es decir, se estima la probabilidad de quiebra suponiendo que el valor de la deuda permanece constante. Este supuesto de hecho tiene sentido si lo que se intenta medir es la fragilidad presente de la empresa; esa fragilidad puede por cierto cambiar si la empresa aumenta o disminuye su endeudamiento.

Alternativamente, uno podría preferir calcular la probabilidad de insolvencia antes de T , esto es, del evento "el valor de los activos caiga por debajo de L en algún momento entre hoy y la fecha T , $\{V(s) < L \mid s \in [0, T]\}$. En el caso en que $V(t)$ sigue el proceso (2.1), esta probabilidad corresponde a:

$$\begin{aligned}
(2.5) \quad \Pr(\{V(s) < L \mid s \in [0, T]\}) &= \Phi\left(\frac{\ln L - \ln V_t - (\mu_A - \frac{1}{2}\sigma_A^2)(T-t)}{\sigma_A\sqrt{(T-t)}}\right) \\
&+ 1 - \exp\left[2\frac{(\ln L - \ln V_t)(\mu_A - \frac{1}{2}\sigma_A^2)}{\sigma_A^2}\right] \\
&\left(1 - \Phi\left(\frac{-\ln L + \ln V_t - (\mu_A - \frac{1}{2}\sigma_A^2)(T-t)}{\sigma_A\sqrt{(T-t)}}\right)\right).
\end{aligned}$$

Se define la distancia a la insolvencia (en T desde la perspectiva de t) como:

$$\begin{aligned}
(2.6) \quad D_T &\equiv -\frac{\ln L - \ln V_t - (\mu_A - \frac{1}{2}\sigma_A^2)(T-t)}{\sigma_A\sqrt{(T-t)}} \\
&= \frac{\ln\left(\frac{V_t}{L}\right) + (\mu_A - \frac{1}{2}\sigma_A^2)(T-t)}{\sigma_A\sqrt{(T-t)}}.
\end{aligned}$$

Observe que la distribución normal satisface $\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$. Luego:

$$\begin{aligned}
(2.7) \quad \Pr(\{\ln V_T < \ln L\}) &= \Phi(-D_T) \\
&= 1 - \Phi(D_T).
\end{aligned}$$

La distancia al incumplimiento es entonces la imagen inversa de la probabilidad de incumplimiento en T (en contraposición con “hasta T ”), y corresponde al número de desviaciones estándar que está V antes de llegar a L (esto es, del incumplimiento). Su estática comparativa es la que la intuición indica: el incumplimiento es menos probable mientras menor la deuda, mientras mayor sea el valor de los activos, mientras más cercano sea el plazo considerado, mientras mayor sea la tasa de crecimiento esperada del valor de los activos y mientras menor sea su volatilidad. D_T puede también entenderse, entonces, como una medida de apalancamiento (leverage) ajustada por volatilidad.

El cálculo de D_T , de acuerdo a la fórmula (2.6), requiere de tres datos inobservables: la esperanza de la tasa de crecimiento de los activos, μ_A , su varianza, σ_A^2 , y el valor económico corriente de los activos, V_t .

Merton (1974) observó que el capital accionario de una empresa da derechos a flujos en T de la misma forma en que lo haría una opción de compra europea sobre el activo a un precio de ejercicio de L . Aplicando entonces la metodología³ de Black y Scholes (1973), que supone que el valor de los activos sigue el proceso (2.1) tal como hemos supuesto a lo largo de esta sección, concluyó que el valor corriente del patrimonio bursátil (W_t) correspondería al valor de dicha opción:

³Esto es, argumentar que una cartera compuesta por el valor de los activos de la empresa y por deuda libre de riesgo, rebalanceada continuamente de un modo particular, produce el mismo perfil de flujos que una opción sobre la acción, y debe, entonces, valer lo mismo. De no ser así, los precios de estos activos admitirían oportunidades de arbitraje.

$$(2.8) \quad W_t = V_t \Phi \left(\frac{\ln\left(\frac{V_t}{L}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma_A^2\right)(T-t)}{\sigma_A \sqrt{(T-t)}} \right) - L e^{-r(T-t)} \Phi \left(\frac{\ln\left(\frac{V_t}{L}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma_A^2\right)(T-t)}{\sigma_A \sqrt{(T-t)}} - \sigma_A \sqrt{(T-t)} \right),$$

donde r es la tasa de interés libre de riesgo.

La ecuación (2.8) relaciona los valores conocidos W_t , L_t y r con los desconocidos μ_A , σ_A , y V_t , y permitiría en principio su estimación.

La consideración explícita de la posibilidad de la quiebra antes de la fecha T obligaría a modificar la fórmula (2.8), toda vez que en tal caso el paralelo no es con una opción europea, sino con una opción de barrera (*barrier option*). En efecto, una opción de barrera da a su tenedor el derecho a ejercerla la primera vez que el valor del activo subyacente sea inferior al precio de ejercicio (de manera que su fecha de ejercicio es desconocida de antemano). Sin embargo, la diferencia entre el valor de una opción europea y el de una de barrera depende del plazo considerado. La práctica habitual es pensar en un horizonte de un año, plazo en el cual típicamente no se producen diferencias importantes.

2.2 Modelo probit

El modelo probit es un caso particular de una clase de modelos de variable dependiente dicotómica, que postula la existencia de una variable latente (inobservada) y_{it}^* que depende de un vector de variables x_{it} de acuerdo a:

$$(2.9) \quad y_{it}^* = \beta' x_{it} + \varepsilon_{it}.$$

Una variable dicotómica, en cambio, es observada: si la empresa quiebra ($y_{it} = 1$) o no ($y_{it} = 0$) en cada fecha. Ésta toma el valor $y_{it} = 1$ si $y_{it}^* > 0$. Entonces:

$$(2.10) \quad \begin{aligned} \Pr(y_{it} = 1) &= \Pr(y_{it}^* > 0) \\ &= \Pr(\varepsilon_{it} > -\beta' x_{it}). \end{aligned}$$

Además, si la distribución del error es simétrica, tenemos $\Pr(\varepsilon_{it} > -\beta' x_{it}) = \Pr(\varepsilon_{it} < \beta' x_{it}) = F(\beta' x_{it})$.

Este tipo de modelo ofrece la posibilidad de aproximarse indirectamente al cálculo del riesgo de quiebra, en el sentido que no requiere observar ni reconstruir el valor económico del patrimonio, como ocurre con el modelo de riesgo de crédito. Más aún, en lugar de postular una ley de movimiento fija para la diferencia entre el valor del activo y del pasivo, se plantea una ley de movimiento que depende de un vector de variables observables. Esto es una ventaja importante cuando se plantea el objetivo de entender los determinantes del riesgo de insolvencia. En cambio, este modelo tiene la desventaja de no contar con el respaldo de una teoría económica explícita que colabore tanto en la selección de las variables explicativas como de la forma funcional, como es el caso del modelo de riesgo de crédito, lo que dificulta su interpretación.

En el modelo probit, se asume que ε_{it} tiene una distribución normal, independiente e idénticamente distribuida entre empresas, por lo que:

$$(2.11) \quad \Pr(y_{it} = 1) = \Phi(\beta' \mathbf{x}_{it}).$$

El acento en este modelo está puesto, entonces, en la identificación de variables que permitan explicar la propensión a quebrar. Una vez identificado un conjunto de variables, es posible calcular probabilidades de quiebra en el trimestre siguiente (de acuerdo a la función de distribución utilizada), en que el cálculo se hace condicional en los valores corrientes de las variables independientes. El cálculo de probabilidades de quiebra para horizontes más lejanos requiere de un modelo complementario de la ley de movimiento de las variables explicativas.

2.3 Modelo de duración

Los modelos de duración están íntimamente ligados a los de variable dicotómica. También en ellos se estudia un evento dicotómico, pero el foco no se pone en la probabilidad inmediata de ocurrencia del evento, sino en la forma de la distribución del tiempo estocástico que transcurre hasta que el evento ocurre.

Se plantea una densidad $f(\tau)$ para la variable aleatoria fecha en la que el evento «quiebra de la empresa» ocurre⁴, $\tau > 0$.

El tiempo se trata como una variable continua. Se definen la distribución acumulada $\Pr(\tilde{\tau} < \tau) \equiv F(\tau)$ (probabilidad de salir antes de la fecha τ), la función de supervivencia $S(\tau) \equiv 1 - F(\tau)$ (probabilidad de no haber salido antes de τ) y la función de riesgo (*hazard function*) o intensidad de transición $h(\tau) \equiv \lim_{d\tau \rightarrow 0} \frac{\Pr(\tau \leq \tilde{\tau} \leq \tau + d\tau \mid \tilde{\tau} \geq \tau)}{d\tau} = \frac{f(\tau)}{S(\tau)}$. Observe que la intensidad de transición no es, en general, la densidad sobre la fecha de quiebra condicional en haber sobrevivido hasta τ , sino la envolvente de tales condicionales, para cada fecha; esto, porque se construye tomando de cada densidad condicional su primer punto. En cambio, la intensidad de transición es una medida del nivel de riesgo a que está sometida la empresa en cada momento. Así, tenemos que $S(\tau) = \exp\left\{-\int_0^\tau h(s)ds\right\}$.

En esencia, el modelo simple de duración supone que la probabilidad de que ocurra el evento de interés depende del tiempo a que se haya estado expuesto al riesgo. En modelos más complejos, la probabilidad de ocurrencia depende también de otras variables, ya sean características de la empresa o características de su ambiente, tanto estáticas como dinámicas.

Si la intensidad de transición es constante ($h(\tau) = h$ para todo τ), entonces la fecha de salida tiene una distribución exponencial, con densidad:

$$(2.12) \quad f(\tau) = h \exp\{-h\tau\},$$

por tanto:

$$(2.13) \quad F(\tau) = \int_0^\tau h \exp\{-hs\}ds = 1 - \exp\{-h\tau\}$$

⁴Técnicamente, τ es un tiempo de primera pasada. En realidad, de única pasada, puesto que la quiebra se entiende como un estado absorbente.

y

$$(2.14) \quad S(\tau) = 1 - F(\tau) = \exp\{-h\tau\}.$$

En este caso, la probabilidad de ocurrencia del evento en el próximo período (discreto, esto es, en el próximo intervalo unitario de tiempo) si sobrevivió hasta ahora está dada por:

$$(2.15) \quad F(1) = \int_0^1 h \exp\{-hs\} ds = 1 - \exp\{-h\}$$

y la probabilidad de ocurrencia en cada uno de los próximos τ períodos (discretos, de largo 1) desde la perspectiva de hoy es:

$$(2.16) \quad F(\tau + 1) - F(\tau) = \exp\{-h\tau\}(1 - \exp\{-h\}).$$

Una generalización directa de este modelo admite distintas intensidades para cada empresa: $h_i = h(\mathbf{x}_i)$. Por ejemplo, $h(\mathbf{x}_i) = \exp\{\beta' \mathbf{x}_i\}$. En este modelo, cada empresa tiene una intensidad de transición constante; las diferencias de intensidades entre empresas se explican por diferencias en sus características específicas. La clase de modelos que adopta esta perspectiva se conoce con el nombre genérico de funciones de riesgo proporcional (Lancaster, 1990).

En otra dimensión, es posible imaginar la intensidad de transición como una función de variables que cambien en el tiempo: $h_{it} = h(\mathbf{x}_{it})$. En este caso, (2.16) es la probabilidad de salida en cada fecha futura condicional en que el valor de $\mathbf{x}_{it}$ no cambie. El cálculo de la probabilidad incondicional de salida requiere, entonces, entender la dinámica de $\mathbf{x}_{it}$, toda vez que esta probabilidad está dada por la fórmula:

$$(2.17) \quad E_{\mathbf{x}_i} \left[\int_{\tau}^{\tau+1} h \exp\{-hs\} ds \mid \mathbf{x}_{it} \right].$$

El modelo de intensidad constante es particularmente atractivo en el caso de las quiebras de empresas, no tanto por su simplicidad, sino por lo intuitivo que resulta entender la fragilidad de la empresa como el resultante de su condición financiera presente y las perspectivas de mercado futuras, sin importar su pasado ni su antigüedad. En efecto, aún cuando la antigüedad de la empresa pueda ser informativa respecto de la estabilidad del mercado en que opera, o del prestigio que su(s) marca(s) hayan alcanzado, son en última instancia estos factores (la estabilidad del mercado y el prestigio) los responsables de su bajo riesgo de quiebra, y no su antigüedad per se. Sin embargo, esto mismo implica que para que sea razonable escoger un modelo de duración constante se debe tener cierta seguridad de haber incorporado las variables relevantes al lado derecho.

Duffie y Wang (2004) (y su versión revisada, Duffie et al 2005) proponen un modelo de duración para sociedades anónimas que considera dos tipos de evento: la quiebra de la empresa, y la salida por otras razones (por ejemplo, su transformación en sociedad cerrada, o su fusión o absorción por parte de otra empresa). La consideración explícita de este otro evento puede ser importante por dos razones. En primer lugar, la reestructuración puede ser un camino para evitar la quiebra. En segundo lugar, este evento ocurre con una frecuencia mucho mayor al primero. Por ejemplo, Duffie et al (2005) trabajan con una base de datos en que ocurrieron 175 bancarrotas y 872 fusiones o compras.

Estos autores definen la salida como la desaparición de la empresa de la base de datos. Se consideran dos destinos separadamente: la insolvencia (definida de diversas formas) y todos los demás. Sean λ la intensidad de salida por insolvencia, y α la intensidad de salida por cualquier otra razón. Entonces:

$$(2.18) \quad h = \lambda + \alpha.$$

Siguiendo a Duffie y Wang (2004), suponemos las siguientes formas funcionales:

$$(2.19) \quad \lambda_{it} = \exp(\boldsymbol{\mu}' \mathbf{x}_{it}) \text{ y}$$

$$(2.20) \quad \alpha_{it} = \exp(\boldsymbol{v}' \mathbf{x}_{it}).$$

Observe que la dinámica de las variables exógenas $\{\mathbf{x}_{it}\}$ le imprime dinámica a las intensidades de salida. La probabilidad, desde la perspectiva de la fecha t , de que la empresa i caiga en insolvencia dentro de τ periodos está dada por:

$$(2.21) \quad E_{\tilde{x}_t} \left[\int_{\tau}^{\tau+1} \exp(\boldsymbol{\mu}' \mathbf{x}_{it}) \exp(-(\exp(\boldsymbol{\mu}' \mathbf{x}_{it}) + \exp(\boldsymbol{v}' \mathbf{x}_{it}))) s ds \mid \mathbf{x}_{it} \right].$$

Cabe señalar que la totalidad de los modelos presentados en esta sección se centra en el cálculo de una probabilidad de insolvencia para cada empresa, y no toman en cuenta eventuales nexos entre ellas. En efecto, la única manera en que eventuales efectos agregados se pueden incorporar es a través de variables explicativas agregadas, ya sea a nivel de la economía (variables macro) o de industrias.

3. Datos

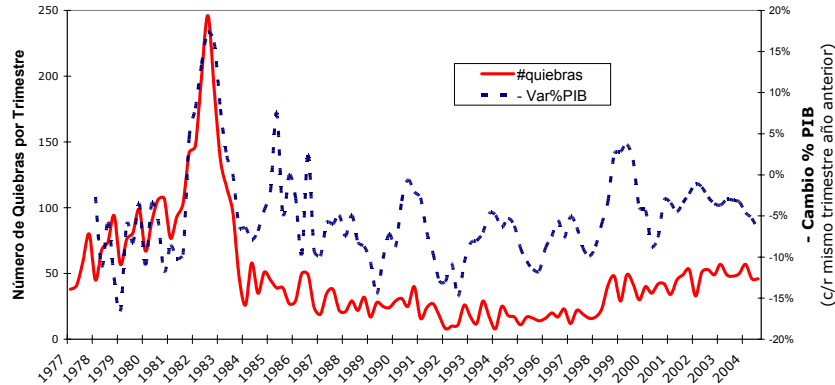
Se consultaron las siguientes bases de datos:

1. Base Quiebras: Registro Nacional de Quiebras (1977-2004), elaborado por la Superintendencia de Quiebras.

En el Registro se consignan el RUT y otros datos identificatorios, y la fecha de la declaración de quiebra⁵, entre otros detalles. El registro no distingue entre personas naturales y jurídicas. El cuadro 2 resume la distribución en el tiempo (por trimestres) de las 5.364 declaraciones de quiebra registradas. Esta evolución se grafica en la figura 2, junto con el negativo de la variación porcentual anual del PIB real trimestral. La relación es evidente; el coeficiente de correlación es de 63% (1978-2004).

⁵La fecha de la solicitud de quiebra no se consigna en la base, puesto que solamente se registran las quiebras declaradas y una vez que este hecho ha sido publicado en el Diario Oficial.

Figura 2: Número de quiebras



De las 5.364 quiebras registradas, 3.614 tienen registrado un RUT. De estas últimas, 251 corresponden a empresas con Fecu. Debe tenerse presente, no obstante, que recién en 1982 se crea la Fiscalía Nacional de Quiebras (hoy Superintendencia de Quiebras), en el marco de la nueva ley de Quiebras (N° 18.175), y la obliga a llevar un registro, por lo que la información anterior a esa fecha es fragmentada.

2. Base Fecu: Fecu de sociedades anónimas, elaborada por la Superintendencia de Valores y Seguros, diciembre de 1977 a septiembre de 2004 (trimestral a partir de 1981).

En esta base existen 2.794 sociedades anónimas (S.A.), y 39.480 observaciones de balances individuales trimestres-empresa, esto es, 14,1 trimestres en promedio por cada empresa. 251 de estas sociedades están consignadas en el registro de quiebras, esto es, el 9%. Esta cifra es sin duda alta. Cabe señalar, sin embargo, que casi todas ellas se concentran en el período 1979-1983 (particularmente en 1980), como se aprecia en el cuadro 2.

Debe tenerse presente, asimismo, el cambio en la ley de S.A. de octubre de 1981 (N° 18.046), que crea la diferencia entre sociedades abiertas y cerradas, y que entre otros aspectos, fija la obligatoriedad de entregar información pública sólo a las primeras. En consecuencia, en la base hay sociedades que optaron por cerrarse: obsérvese el número de empresas a diciembre de cada año, en el cuadro 3.

Si dividimos el número de quiebras por el número de empresas en cada año, conseguimos la tasa de quiebras entre empresas con Fecu, que se presenta en el cuadro 4.

Observe que esto significa que sobre 2.000 empresas salieron por razones distintas a la quiebra legal. El número sigue siendo alto aún cuando nos restringimos al período posterior a 1984. En efecto, algunas S.A. deciden cerrarse aún cuando prosperen, por diversas razones. Pero también es frecuente que una S.A. en peligro de insolvencia sea comprada o absorbida por otra, sin llegar jamás a la quiebra legal. Esto nos obliga a ser cautelosos al interpretar a la quiebra legal como único indicador de insolvencia.

3. Base Bolsa: Precios y número de acciones de sociedades anónimas cotizadas en la Bolsa de Comercio de Santiago, de la base FecusPlus6 (1994:4 a 2004:4).

Esta base contiene el patrimonio bursátil de 203 empresas en el período 1994:4 a 2004:4. Cabe señalar que 48 de esas empresas ingresó después del trimestre inicial, y 24 salió antes del final.

⁶ La base FecusPlus es elaborada por la propia Bolsa; los datos usados en este trabajo fueron procesados por el Banco Central.

4. Base Macro: una serie de indicadores de desempeño macroeconómico, fundamentalmente obtenida de los Indicadores Económicos y Sociales 1960-2000 del Banco Central, y de la página web del Banco.

Cuadro 2: Número de quiebras de S. A. por año

Década	Año										Total
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1970	-	-	-	-	-	-	-	1	11	29	41
1980	153	24	5	9	2	2	0	2	2	0	199
1990	3	2	0	0	0	0	0	1	0	0	6
2000	1	2	0	0	2	-	-	-	-	-	5

Cuadro 3: Número de S. A. por año

Década	Año									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1970								1861	1957	1916
1980	1853	485	262	267	242	250	244	243	246	264
1990	269	285	318	332	350	401	463	481	448	479
2000	470	485	508	508	505*					

(*) Al tercer trimestre.

Cuadro 4: Tasa de quiebras de S.A. por año

Década	Año									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1970								0.05%	0.56%	1.51%
1980	8.26%	4.95%	1.91%	3.37%	0.83%	0.80%	0.00%	0.82%	0.81%	0.00%
1990	1.12%	0.70%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.21%	0.00%	0.00%
2000	0.21%	0.41%	0.00%	0.00%	0.40%*					

(*) Al tercer trimestre.

El período 1977-2004 puede a grandes rasgos dividirse en dos. El primero, de 1977 a 1989, es un período tremendamente volátil, con una profunda recesión comprendida entre dos períodos de recuperación acelerada. 240 de las 251 quiebras legales de S.A. de que tenemos registro ocurrieron en ese período.

El segundo, de 1990 a 2004, es un período de crecimiento sostenido interrumpido por una desaceleración relativamente prolongada. En este período se consolidó un sistema financiero más profundo, abierto, y con un mayor grado de transparencia y control. Muchas empresas emitieron bonos de bajo riesgo, comprados fundamentalmente por fondos de pensiones y compañías de seguro; ninguna de ellas ha cesado sus pagos. Probablemente esto obedece en parte al hecho que la suspensión o cesación de pago gatillaría su inmediata reclasificación, perdiendo el grado de inversión. Por otro lado, sólo seis S.A. quebraron en el período, y ninguna de ellas se encuentra en la Base Bolsa. Esto, como se indicó anteriormente, hace imposible la validación empírica de cualquier modelo restringido a este período.

4. Estimación

4.1 Modelo de riesgo de crédito

Del cruce de las bases Bolsa y Fecu se obtuvieron las variables patrimonio bursátil (W) y deuda (expresadas en millones de UF) entre 1994:4 y 2004:3, enterando a lo sumo 40 trimestres por empresa. Sin embargo, la serie de deuda no se puede usar de manera directa. Esto, porque el modelo supone que el monto L debe ser pagado en su totalidad en la fecha T , mientras que la situación habitual es que las empresas tengan deudas que deben pagar en una secuencia de cuotas o cupones. En la práctica, ya sea por simplicidad o (como en nuestro caso) por falta de información detallada de la estructura de la deuda, se ha adoptado la convención de definir a L como la suma de la deuda de corto plazo (a menos de un año) y la mitad de la deuda de largo plazo (a más de un año), ambas medidas en valor libro, convención a la que el presente trabajo adhiere⁷. En segundo lugar, la deuda cambia en el tiempo, tanto porque es amortizada como por la contratación de nueva deuda. Tomar en cuenta la amortización requeriría de información detallada, que no está disponible. Tomar en cuenta la contratación de nueva deuda no tendría sentido dentro del espíritu del modelo, puesto que el riesgo aumenta al contratar esa nueva deuda y no en el momento en que sólo existe la posibilidad de que eso se haga. La convención en esta materia, y a la cual también se adhiere en el presente trabajo, es suponerla constante para efectos de estos cálculos.

Se calcularon entonces la distancia al incumplimiento (D) y la probabilidad de insolvencia de acuerdo a las ecuaciones (2.6) y (2.4) para el plazo de 4 trimestres. Siguiendo a Duffie y Wang (2004), tanto la serie $\{V_t\}$ como σ_A y μ_A se consiguieron de la aplicación recursiva de las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 (a) \quad W_t &= V_t \Phi \left(\frac{\ln \left(\frac{V_t}{L} \right) + 4 \left(r + \frac{1}{2} \hat{\sigma}_A^2 \right)}{\hat{\sigma}_A \sqrt{4}} \right) \\
 &\quad - L_t e^{-4r} \Phi \left(\frac{\ln \left(\frac{V_t}{L} \right) + 4 \left(r + \frac{1}{2} \hat{\sigma}_A^2 \right)}{\hat{\sigma}_A \sqrt{4}} - \hat{\sigma}_A \sqrt{4} \right). \\
 (4.1) \quad (b) \quad \hat{\mu}_A &= \frac{1}{T} \sum_t (\ln V_t - \ln V_{t-1}). \\
 (c) \quad \hat{\sigma}_A^2 &= \frac{1}{T} \sum_t \left(\ln \frac{V_t}{V_{t-1}} - \hat{\mu}_A \right)^2.
 \end{aligned}$$

La tasa de interés que se usó es la tasa de interés promedio (TIP) para operaciones reajustables en UF de 90 a 365 días del último mes del trimestre, en base trimestral de composición continua. El vector inicial V_0 corresponde al total de la deuda más el patrimonio bursátil. El punto de quiebra, en cambio, es L : la deuda de corto plazo más la mitad de la deuda de largo plazo. La estimación se realizó en Matlab, con el programa y el procedimiento detallados en el anexo A.

Obsérvese que $\hat{\mu}_A$ no aparece en la fórmula de valoración (2.8), sino r . Ello ocurre porque el valor de la opción se obtiene de la probabilidad neutral al riesgo, que tiene media r . No obstante, $\hat{\mu}_A$ es un insumo en

⁷De contarse con información detallada de la duración típica de los bonos de empresas chilenas y estadounidenses, sería posible considerar la necesidad de adaptar esta convención a una realidad acaso diferente.

el cálculo de D .

Como señaláramos en la Introducción, es importante destacar que ninguna de las empresas consideradas quebró legalmente ni incurrió en incumplimiento⁸ en ese período. Por otro lado, por definición el patrimonio bursátil no puede ser negativo. Luego, si bien del modelo se desprenden probabilidades de ocurrencia de quiebra económica de todos modos, no es posible estimar su grado de confianza por ejemplo por medio del cálculo de errores tipo I o tipo II. El único método de validación parcial disponible sería el de comparar las series agregadas de probabilidad de quiebra con, por ejemplo, la tasa de quiebras legales de empresas en general (sin cotización bursátil) o los indicadores de riesgo de la cartera de colocaciones de los bancos, como la cartera vencida o las provisiones.

4.2 Modelos estadísticos

Los modelos se estimaron por máxima verosimilitud. En el caso del modelo de duración constante, cuando las variables explicativas cambian en el tiempo en intervalos discretos $t = 1, 2, 3, \dots, T$, la muestra $\{\mathbf{x}_{it}, y_{it}\}_{t=1}^T$ está asociada a la función de verosimilitud:

$$(4.2) \quad \ell = \prod_{i=1}^n \prod_{t=1}^T \left(g(\mathbf{x}_{it})^{y_{it}} \prod_{s=1}^t (1 - g(\mathbf{x}_{is}))^{1-y_{is}} \right) f(\mathbf{x}_{i1}, \dots, \mathbf{x}_{iT}),$$

donde $g(\mathbf{x}_{it})$ es la probabilidad de salida (quiebra) de la empresa i en el período $(t, t+1)$ condicional en $\mathbf{x}_{it}$, e y_{it} es la indicatriz que toma el valor 1 si la empresa salió en el intervalo $(t, t+1)$ y 0 si no, y $f(\cdot)$ es la densidad conjunta de la serie $\{\mathbf{x}_{it}\}$.

En el caso del modelo de intensidad constante, tenemos:

$$(4.3) \quad g(\mathbf{x}_{it}) = \exp\{-h(\boldsymbol{\beta}' \mathbf{x}_{it})\} (1 - \exp\{-h(\boldsymbol{\beta}' \mathbf{x}_{it})\}),$$

por lo que la función de log-verosimilitud queda:

$$(4.4) \quad \begin{aligned} \ln \ell &= \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^T \left\{ y_{it} \ln g(\mathbf{x}_{it}) + \sum_{s=1}^t (1 - y_{is}) \ln(1 - g(\mathbf{x}_{is})) \right\} \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^T \left\{ y_{it} \ln(\exp\{-h(\boldsymbol{\beta}' \mathbf{x}_{it})\} (1 - \exp\{-h(\boldsymbol{\beta}' \mathbf{x}_{it})\})) + \right. \\ &\quad \left. \sum_{s=1}^t (1 - y_{is}) \ln(1 - \exp\{-h(\boldsymbol{\beta}' \mathbf{x}_{is})\} (1 - \exp\{-h(\boldsymbol{\beta}' \mathbf{x}_{is})\})) \right\} \end{aligned}$$

Siguiendo a Duffie et al, se usó la función $h(\mathbf{x}_{it}) = \exp\{\boldsymbol{\beta}' \mathbf{x}_{it}\}$. Ellos además notan que la salida de empre-

⁸El incumplimiento se entiende relativo a las obligaciones derivadas de los bonos emitidos. No contamos con información de los créditos bancarios ni de los pagos a proveedores.

sas por razones ajenas a la quiebra es mucho más frecuente que la quiebra en sí, lo que sugiere la importancia de considerar explícitamente este otro evento. Para incorporar en el modelo de duración ambos eventos, la indicatriz y_{it} se divide en dos partes. Se denota por y_{it}^{λ} a la variable dicotómica que toma el valor 1 si la empresa i salió en el intervalo $(t, t+1)$ por haber caído en insolvencia, y 0 en caso contrario, e y_{it}^{α} a la variable dicotómica que toma el valor 1 si la empresa i salió en el intervalo $(t, t+1)$ por una razón distinta a la insolvencia. Entonces, $y_{it} = y_{it}^{\lambda} + y_{it}^{\alpha}$.

Sea $g^{\lambda}(\mathbf{x}_{it} | \boldsymbol{\mu}, \mathbf{v})$ la probabilidad condicional de que $y_{it}^{\lambda} = 1$, y $g^{\alpha}(\mathbf{x}_{it} | \boldsymbol{\mu}, \mathbf{v})$ la correspondiente para y_{it}^{α} . En nuestro caso, dado el supuesto de intensidades constantes, tenemos:

$$\begin{aligned}
 (a) \quad g^{\lambda}(\mathbf{x}_{it} | \boldsymbol{\mu}, \mathbf{v}) &= \frac{\lambda}{\lambda + \alpha} \int_0^1 (\lambda + \alpha) \exp\{-(\lambda + \alpha)s\} ds \\
 &= \frac{\lambda}{\lambda + \alpha} (1 - e^{-(\lambda + \alpha)}) \\
 &= \frac{\exp(\boldsymbol{\mu}' \mathbf{x}_{it})}{\exp(\boldsymbol{\mu}' \mathbf{x}_{it}) + \exp(\mathbf{v}' \mathbf{x}_{it})} (1 - \exp(-(\exp(\boldsymbol{\mu}' \mathbf{x}_{it}) + \exp(\mathbf{v}' \mathbf{x}_{it})))) \\
 (b) \quad g^{\alpha}(\mathbf{x}_{it} | \boldsymbol{\mu}, \mathbf{v}) &= \frac{\alpha}{\lambda + \alpha} (1 - e^{-(\lambda + \alpha)}) \\
 &= \frac{\exp(\mathbf{v}' \mathbf{x}_{it})}{\exp(\boldsymbol{\mu}' \mathbf{x}_{it}) + \exp(\mathbf{v}' \mathbf{x}_{it})} (1 - \exp(-(\exp(\boldsymbol{\mu}' \mathbf{x}_{it}) + \exp(\mathbf{v}' \mathbf{x}_{it}))))
 \end{aligned}
 \tag{4.5}$$

Esto es, la probabilidad de salida se descompone de manera aditiva entre ambas causas.⁹

Los estimadores $\hat{\boldsymbol{\mu}}$ y $\hat{\mathbf{v}}$ maximizan, entonces, la función de verosimilitud detallada en el Anexo C, junto con el programa de Stata empleado para su estimación.

5. Resultados

5.1 Modelo de riesgo de crédito

Así como los patrimonios contable y bursátil difieren de manera muy importante, lo propio ocurre con los valores estimados contable y económico de los activos. Cabe señalar que el valor económico estimado está muy influenciado por el patrimonio bursátil. Los cuadros 5 y 6 contienen algunas estadísticas descriptivas de estas series.

Cuadro 5: Estadísticas descriptivas de activos y patrimonio

Variable (millones de UF)	Media	Desv. Estándar	Mínimo	Máximo
Patrimonio Bursátil ⁽¹⁾	10.983	27.900	0	666.567
Patrimonio Contable ⁽²⁾	7.901	18.078	-1.731	179.456
Valor Económico de la Empresa ⁽³⁾	13.202	31.654	0	674.000
Valor Contable de la Empresa ⁽¹⁾	12.046	28.049	0	270.871
N	7078	7078	7078	7078

Fuentes: (1) Fecus+, (2) Fecus, SVS y (3) estimaciones propias.

Cuadro 6: Matriz de correlaciones de activos y patrimonio

		Patrimonio		Valor del activo	
		Contable	Económico	Contable	Económico
Patrimonio	Contable	1.0000			
	Económico	0.8530	1.0000		
Valor del activo	Contable	0.9099	0.8091	1.0000	
	Económico	0.8571	0.9866	0.8724	1.0000

Los valores estimados de σ_A y μ_A para cada empresa se detallan en el anexo B; el cuadro 7 contiene estadísticas descriptivas básicas.

Cuadro 7: Estadísticas descriptivas de parámetros estimados

Variable	Media	Desviación estándar	n
σ_A	0.178	0.146	195
μ_A	-0.001	0.056	196

A partir de las estimaciones de σ_A y μ_A , y de la información sobre L_t , se calcularon distancias a la insolvencia y probabilidades de insolvencia de acuerdo a (2.6) y (2.4), respectivamente. El promedio de la probabilidad calculada de insolvencia para la muestra completa (7.048 trimestres-empresa) es de 4,9%, con una dispersión considerable, como se aprecia en el cuadro 8.

Cuadro 8: Quiebra legal y patrimonio contable

Variable	Media	Desv. Estándar	Mínimo	Máximo	Observaciones
Prob total	0.0485035	0.1463767	0	1	N = 7048
-- entre		.1557699	0	1	n = 195
-- al interior		.089201	-.602383	.8054447	T-bar = 36.1436

Las series de tiempo de la probabilidad de insolvencia se grafican para empresas seleccionadas en las figuras 3 a 5. Estos ejemplos ilustran lo sensible que es la probabilidad estimada de quiebra a la distancia entre el valor económico de la empresa y el punto de quiebra.

Figura 3: Ejemplo de empresa 1

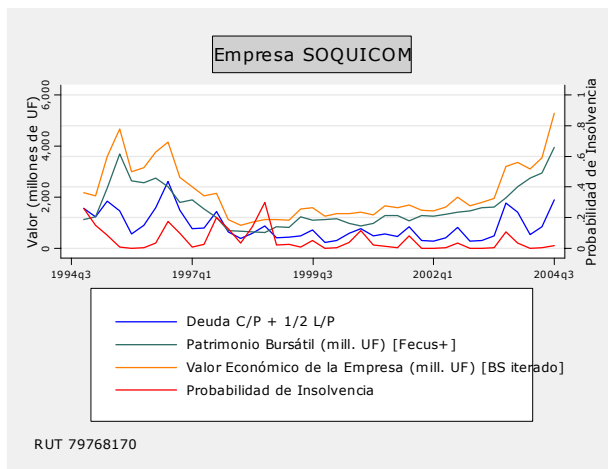


Figura 4: Ejemplo de empresa 2

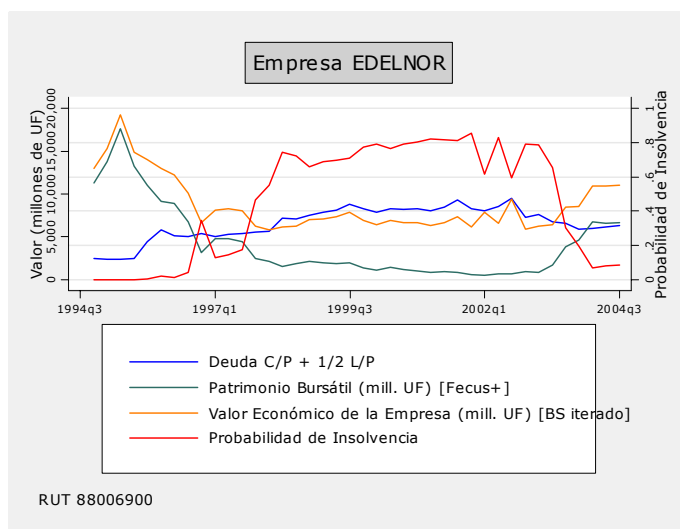
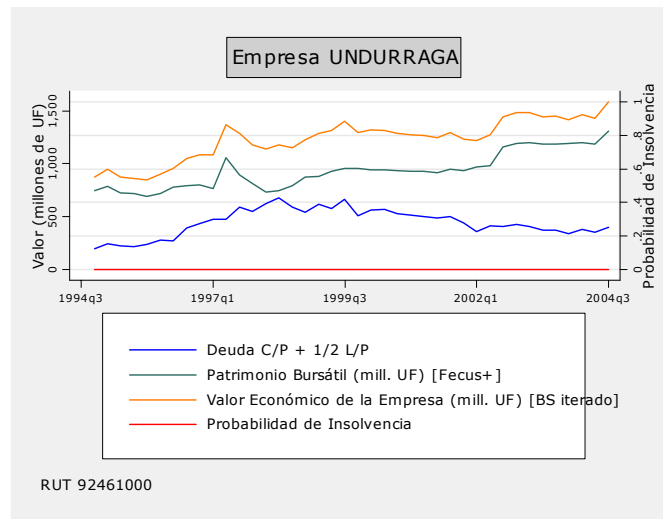


Figura 5: Ejemplo de empresa 3



Para los propósitos de este trabajo, interesa no la probabilidad de quiebra de una empresa en particular, sino la del conjunto de empresas de la economía –o al menos las observables, esto es, con cotización bursátil–. Una medida cruda de la inestabilidad agregada se puede obtener del promedio simple de estas probabilidades, que se ilustra en la figura 6. A modo de comparación, se han incluido en ella tres medidas de riesgo financiero: la razón cartera vencida a colocaciones bancarias, la razón provisiones por colocaciones a colocaciones bancarias, y la tasa de quiebras calculada en la muestra de S.A. con Fecu. Los cuadros 9 y 10 contienen estadísticas descriptivas de estas variables.

Figura 6: Promedio de probabilidad de insolvencia y otros indicadores de riesgo

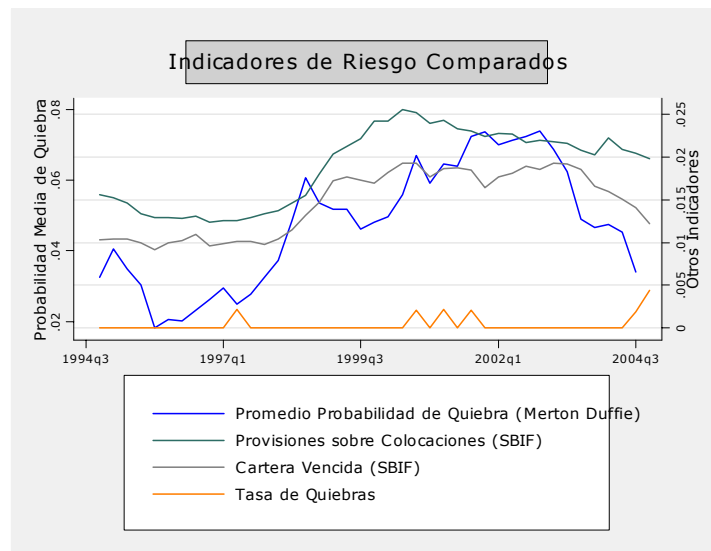


Figura 7: Rangos de probabilidad de insolvencia

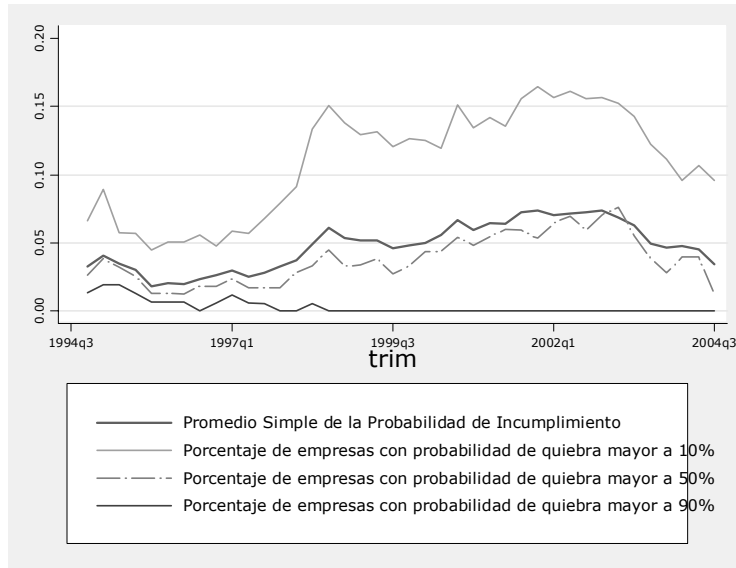
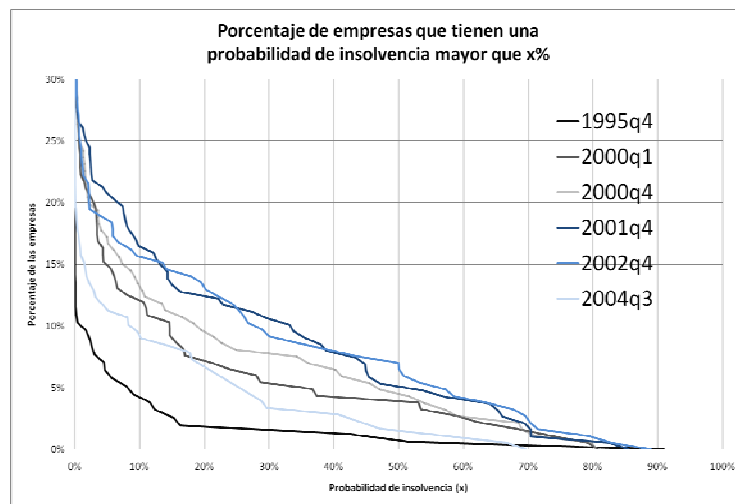


Figura 8: Distribución acumulada de probabilidad de insolvencia



Cuadro 9: Estadísticas descriptivas de los indicadores de riesgo (1999:4 a 2004:3)

Variable	Media	Desv. Estándar	N
Probabilidad de quiebra	0.048	0.017	40
Cartera vencida (SBIF)	0.015	0.004	40
Provisiones (SBIF)	0.019	0.005	40
Tasa de quiebra legal	0	0.001	40

Cuadro 10: Correlaciones entre Índices de Riesgo

	Tasa de quiebra legal	Provisiones	Cartera vencida	Probabilidad de quiebra
Tasa de quiebra legal	1.0000			
Provisiones (SBIF)	0.1895	1.0000		
Cartera vencida (SBIF)	0.1448	0.9535	1.0000	
Probabilidad de quiebra	0.1167	0.8133	0.8629	1.0000

Sobresalen los siguientes hechos:

1. El nivel de la probabilidad de quiebra dista mucho de la frecuencia empírica de quiebras en el período considerado: 0% en el caso de las empresas consideradas en el cálculo de la probabilidad, y 0,3% si la muestra se amplía a todas las sociedades anónimas abiertas. Como mencionáramos anteriormente, esto mismo ocurre en Tudela y Young (2003), y es también la razón por la que KMV cambia la escala de la probabilidad estimada de quiebra para que coincida con las frecuencias empíricas.
2. Junto con el aumento de la probabilidad promedio de quiebra se produce un aumento de su dispersión. En efecto, y como se aprecia en la figura 7, la banda que contiene a las empresas con probabilidades de quiebra entre 10% y 90% multiplica varias veces su tamaño a medida que crece el promedio de probabilidades de quiebra. Esto habla del aumento de la heterogeneidad en la situación financiera de las empresas que se produciría en un período recesivo o de desaceleración.
3. La volatilidad del promedio de probabilidades de quiebra es también muy superior a la de los otros indicadores. Esto en parte es una consecuencia de la volatilidad de los precios de las acciones, que explican una parte importantísima de la volatilidad de los valores estimados de activos.
4. No obstante lo anterior, la correlación entre el promedio de la probabilidad de quiebra de las sociedades anónimas abiertas y los índices de riesgo considerados de las colocaciones bancarias es bastante alta, superando en ambos casos el 80%. Esto significa que, aún cuando la magnitud y la volatilidad del indicador resultarían exageradas si se las interpretara como predictores de frecuencia de quiebras, su evolución sí parece ser un buen indicador (ordinal) de riesgo de incumplimiento.
5. Más aún, la distribución completa de probabilidades de quiebra reacciona, de la manera esperable, frente a las turbulencias en mercados financieros y de la economía en general. En efecto, esto es apreciable en la figura 8, que muestra la distribución de probabilidades de insolvencia en distintos momentos del tiempo. Cada línea corresponde a un trimestre particular, y representa qué fracción de las empresas tuvo en ese trimestre una probabilidad de insolvencia mayor que la indicada en el eje horizontal (es decir, si x representa a la probabilidad de quiebra y $F(x)$ a su distribución acumulada, la figura 8 muestra el gráfico de $1 - F(x)$ para distintos momentos del tiempo). Miremos, por ejemplo, cómo evolucionó la fracción de las empresas con una probabilidad de insolvencia de 10% o más. Esta fracción fue de sólo un 4% en el trimestre 1995:4; en 2000:1, luego de la crisis asiática y rusa y de la explosión de la burbuja de las acciones de internet, había subido a un 12%. A finales de 2001, luego del ataque a las torres gemelas y la crisis argentina, subió a un techo de un 17%. Un año después había bajado en un punto, para volver a niveles inferiores al 10% a fines de 2004. De igual modo, el aumento en la dispersión entre empresas se aprecia en el hecho que las distribuciones no se mueven paralelamente, sino que cambian su forma además de su posición.
6. Finalmente, el promedio de las probabilidades de quiebra parece anticipar el movimiento de los indicadores de riesgo de la banca en uno o dos trimestres. Por ejemplo, su correlación con el índice de

cartera vencida adelantado entre 0 y 3 trimestres se indica en el cuadro 11. Para sustanciar esta aseveración, se incluyen en el anexo B un VAR del índice de cartera vencida y de la probabilidad de insolvencia, y algunos criterios de selección de orden de precedencia.

Cuadro 11: Correlaciones entre probabilidad estimada y cartera vencida

Adelanto	0	1	2	3
Correlación	86.3%	88.5%	88.9%	86.0%

5.2 Modelos estadísticos

Sin importar la forma funcional o las variables explicativas que se ocupen, todo modelo de variable dicotómica de la quiebra tiene como ingrediente fundamental la ocurrencia de eventos de quiebra. Esto, porque la estimación se basa en la comparación de los casos u observaciones en que el evento ocurrió con los casos en que no. En nuestro caso, en la base de datos en que contamos con variables de mercado (base Bolsa) no tenemos casos de quiebra legal. Luego, si nuestro interés es predecir quiebras legales, nos debemos restringir a variables macroeconómicas y contables. La base Fecu, por otro lado, tiene la ventaja de contener series mucho más largas, abarcando desde 1977 (con saltos) a 2004, y no de 1994 a 2004 como la base Bolsa. Los modelos estadísticos se estimaron, entonces, con el cruce de las bases Quiebras, Fecu y Macro.

Así, se estimaron dos modelos probit, uno con la quiebra legal como variable dependiente, y otro con la salida por cualquier razón distinta a la quiebra, ambos con efectos aleatorios. La estimación conjunta de estos modelos no es posible con datos de panel. Por otro lado, se estimó también un modelo de duración con ambos tipos de salida considerados explícita y simultáneamente.

En todos estos casos, las variables explicativas macroeconómicas son la tasa de crecimiento del PIB trimestral a 4 trimestres, la tasa de captación promedio para operaciones reajustables en UF de 30 a 365 días del último mes de cada trimestre, y un índice de tipo de cambio real construido con base en el tipo de cambio observado, ajustado tanto por las variaciones de la UF como por las del IPC de EE.UU. El cuadro 12 muestra estadísticas descriptivas de estas variables. El modelo implícito supone que el valor de cada empresa depende de las perspectivas de sus ventas, resumidas en la variable de estado crecimiento del PIB, y de los márgenes corrientes, afectados por precios (comunes) de insumos y precios inobservados de productos. Las diferencias entre empresas y las diferencias entre industrias, se entienden incorporadas en los efectos aleatorios.

Cabe señalar que la fecha de la quiebra legal corresponde al trimestre en que el tribunal declara la quiebra, y no al trimestre en que ésta fue solicitada. Si se piensa que (i) las condiciones económicas desfavorables preceden a la solicitud de quiebra, y (ii) ésta a la declaración de quiebra, y en plazos que dependen entre otras cosas del tribunal donde se presenta la causa, es evidente que la fecha utilizada en este trabajo es una aproximación con potencialmente muchos problemas de la fecha de ocurrencia del evento que nos ocupa. Contamos, no obstante, con información del año (pero no del trimestre) en que cada causa fue presentada en un subconjunto de los casos de quiebra de S.A. con que trabajamos, que alcanza a un 64% del total. De ese universo, en un 81% de los casos la quiebra fue declarada en el mismo año que fue solicitada, un 16% en el año siguiente, y en un 2% en el año subsiguiente. Observe entonces que sólo en un 2% de los casos sabemos que el rezago fue de al menos cuatro trimestres; podría ser que en el 80% de los casos la quiebra se declarara en el mismo trimestre en que se solicita, de manera que el rezago al que se refiere el punto (ii) podría no ser demasiado grande en la mayor parte de los casos, y es bastante homogéneo. Respecto del punto (i) no tenemos mayor información cuantitativa. En este contexto, la figura 2 resulta, de hecho, sorprendente: la correlación contemporánea entre el crecimiento de la economía y el número de quiebras declaradas es bastante alta. Por estas razones, con un criterio pragmático se escogió incluir cuatro rezagos de las variables macroeconómicas explicativas en cada una de las regresiones estudiadas.

Cuadro 12: Estadísticas descriptivas de variables independientes

	Observaciones	Media	Desviación Estándar	Mínimo	Máximo
Crecimiento	99	0.04531	0.0592115	-0.1906	0.1383
Tasa de interés	100	6.63681	3.8442770	0.0500	18.2800
Tipo de cambio	100	170.35	37.25	89	236

Asimismo, se incorporó como variable explicativa individual la razón deuda a activos (ambas contables). Ciertamente, y como enfatizan Chava y Jarrow (2004), existen diferencias importantes en el nivel de riesgo del valor de los activos entre industrias, por lo que similares niveles de endeudamiento no implican similares niveles de riesgo. De hecho, esta es precisamente la razón por la que Duffie y Wang (2004) privilegian el uso de la distancia al incumplimiento como medida de endeudamiento ajustada por riesgo. Sin embargo, y como se explicara previamente, la combinación de dos factores, a saber: (1) la falta de información de precios de acciones para sociedades abiertas anterior a 1994, y (2) la presencia de un gran número de empresas cerradas, imposibilitaron el uso de esa variable en estos modelos. En estas circunstancias, parecería apropiado un modelo de coeficientes aleatorios que pudiera manejar de mejor forma esta heterogeneidad, pero entendemos que este tipo de modelo no ha sido desarrollado en el contexto del modelo probit para paneles (Hsiao y Pesaran (2004) discuten modelos de coeficientes aleatorios en panel para modelos lineales).

En análisis de regresión no reportados se probaron modelos que incorporaban, además, otras variables de tipo contable. Se probaron diversos indicadores, por ejemplo el de activo circulante sobre deuda. En todos los casos se obtuvieron coeficientes no significativos tanto desde una perspectiva estadística como económica. En parte, quizás esto no sea sorprendente si se toma en cuenta el enorme divorcio entre el patrimonio económico y el contable que se discutió en la sección anterior.

Los resultados de las regresiones se muestran en los cuadros 13 a 15.

Cuadro 13: Modelo probit (efectos aleatorios)

REGRESIÓN N 1: PROBIT SOBRE QUIEBRAS						
Variable dependiente: <i>dummy</i> =1 si quiebra en el trimestre						
Log-verosimilitud = -205.5109						
Número de observaciones: 26,666 (828 empresas)						
Observaciones por grupo: min = 1, promedio = 32.2, max =94						
LR χ^2 = 40.46 Prob> χ^2 = 0.0007						
Variable	Coefficiente	Error Estándar	z	$P > z $	Intervalo Confianza 95%	
Tasa de crecimiento	2.5182	2.1163	1.19	0.234	-1.6296	6.6660
<i>t</i> -1	-3.0761	2.5265	-1.22	0.223	-8.0279	1.8758
<i>t</i> -2	0.6090	2.5422	0.24	0.811	-4.3735	5.5915
<i>t</i> -3	-1.1459	2.5789	-0.44	0.657	-6.2005	3.9086
<i>t</i> -4	-3.3833	2.0252	-1.67	0.095	-7.3526	0.5860
Subtotal	-4.4781					
Tasa de interés	0.0578	0.0282	2.05	0.04	0.0026	0.1131
<i>t</i> -1	0.0779	0.0307	2.54	0.011	0.0178	0.1380
<i>t</i> -2	0.0027	0.0287	0.09	0.926	-0.0536	0.0590
<i>t</i> -3	0.0332	0.0342	0.97	0.332	-0.0339	0.1003
<i>t</i> -4	-0.0113	0.0311	-0.36	0.717	-0.0723	0.0497
Subtotal	0.1603					
Tipo de cambio real	0.0021	0.0081	0.26	0.792	-0.0138	0.0180
<i>t</i> -1	0.0047	0.0124	0.38	0.703	-0.0196	0.0291
<i>t</i> -2	-0.0184	0.0126	-1.46	0.144	-0.0432	0.0063
<i>t</i> -3	0.0002	0.0141	0.01	0.991	-0.0274	0.0277
<i>t</i> -4	0.0180	0.0091	1.97	0.048	0.0001	0.0359
Subtotal	0.0066					
Razón Deuda/Activos	0.0001	0.0003	0.45	0.651	-0.0004	0.0007
Constante	-5.1273	0.8249	-6.22	0.000	-6.7440	-3.5105
ln σ_u	-15	3,607			-7,085	7,055
σ_u	0.0006	0.9985				
ρ	3.06x10 ⁻⁷	0.0011				
Test de razón de verosimilitud para $\rho = 0$: $\bar{\chi}^2$ =0 Prob $\geq \bar{\chi}^2$ = 1						
Test de hipótesis: significancia del conjunto completo de rezagos de cada variable						
	LR $\bar{\chi}^2$	Prob> $\bar{\chi}^2$				
Tasa de crecimiento	16.12	0.0065				
Tasa de interés	20.24	0.0011				
Tipo de cambio real	10.08	0.0729				
Efectos Marginales (una desviación estándar)						
	Evaluados en la media		Evaluados en la mediana			
	Instantáneo	Largo Plazo	Instantáneo	Largo Plazo		
Tasa de crecimiento	0.04%	-0.08%	0.03%	-0.06%		
Tasa de interés	0.06%	0.18%	0.05%	0.13%		
Tipo de cambio real	0.02%	0.07%	0.02%	0.05%		
Razón Deuda/Activos	0.00%		0.00%			

Cuadro 14: Modelo probit (efectos aleatorios)

REGRESIÓN N 2: PROBIT SOBRE SALIDAS							
Variable dependiente: dummy=1 si sale (no por quiebra) en el trimestre							
Log-verosimilitud=-1,479.5681							
Número de observaciones: 26,606 (795 empresas)							
Obs. por grupo: min = 1, promedio = 33.5, max =94							
LR $\chi^2 = 27.81$ Prob> $\chi^2 = 0.0333$							
Variable	Coficiente	Error Estándar	z	$P > z $	Intervalo 95%	Confianza	
Tasa de crecimiento	-1.8373	1.0288	-1.79	0.074	-3.8538	0.1791	
t-1	1.5423	1.0862	1.42	0.156	-0.5865	3.6711	
t-2	0.1674	1.1527	0.15	0.885	-2.0919	2.4266	
t-3	-1.1008	1.0368	-1.06	0.288	-3.1329	0.9313	
t-4	-0.5251	0.9231	-0.57	0.569	-2.3343	1.2841	
Subtotal	-1.7535						
Tasa de interés	0.0049	0.0143	0.34	0.732	-0.0231	0.0329	
t-1	-0.0101	0.0150	-0.67	0.5	-0.0394	0.0192	
t-2	0.0004	0.0146	0.03	0.976	-0.0283	0.0291	
t-3	-0.0031	0.0141	-0.22	0.824	-0.0308	0.0245	
t-4	0.0034	0.0139	0.24	0.809	-0.0239	0.0306	
Subtotal	-0.0045						
Tipo de cambio real	0.0042	0.0033	1.29	0.197	-0.0022	0.0106	
t-1	-0.0077	0.0050	-1.54	0.123	-0.0176	0.0021	
t-2	0.0064	0.0054	1.18	0.238	-0.0042	0.0170	
t-3	-0.0019	0.0056	-0.33	0.738	-0.0128	0.0091	
t-4	0.0015	0.0037	0.41	0.681	-0.0057	0.0087	
Subtotal	0.0025						
Razón Deuda/Activos	0.0003	0.0001	2.57	0.01	0.0001	0.0006	
Constante	-2.7708	0.3915	-7.08	0	-3.5380	-2.0035	
$\ln \sigma_u$	-1.2342	0.2405			-1.71	-0.763	
σ_u	0.5395	0.0649					
ρ	0.2254	0.0420					
Test de razón de verosimilitud para $\rho=0$: $\bar{\chi}^2=25.85$ Prob $\geq \bar{\chi}^2 = 0$							
Test de hipótesis: significancia del conjunto completo de rezagos de cada variable							
	LR $\bar{\chi}^2$	Prob> $\bar{\chi}^2$					
Tasa de crecimiento	7.46	0.1886					
Tasa de interés	0.65	0.9856					
Tipo de cambio real	4.72	0.4511					
Efectos Marginales (una desviación estándar)							
	Evaluados en la media		Evaluados en la mediana				
	Instantáneo	Largo Plazo	Instantáneo	Largo Plazo			
Tasa de crecimiento	-0.21%	-0.20%	-0.21%	-0.20%			
Tasa de interés	0.04%	-0.03%	0.04%	-0.03%			
Tipo de cambio real	0.31%	0.18%%	0.11%	0.18%			
Razón Deuda/Activos	0.00%		0.00%				

Cuadro 15: Modelo de duración

REGRESIÓN N° 3: MODELO DE DURACIÓN, ECUACIONES SIMULTÁNEAS						
Log-verosimilitud=-1.666,6495						
Número de observaciones: 26.665 (830 empresas)						
LR $\chi^2 = 992,58$ Prob > $\chi^2 = 0.0000$						
1. Intensidad de quiebras	Variable dependiente: dummy=1 si quiebra en el trimestre					
Variable	Coefficiente	Error Est.	z	P > z	Intervalo Confianza 95%	
Tasa de crecimiento	-4.8769	7.3026	-0.67	0.504	-19.1897	9.4359
t-1	-3.6558	7.8747	-0.46	0.642	-19.0900	11.7784
t-2	12.9210	8.9139	1.45	0.147	-4.5499	30.3920
t-3	-6.8170	8.4702	-0.80	0.421	-23.4182	9.7843
t-4	-14.4352	6.9578	-2.07	0.038	-28.0723	-0.7982
Subtotal	-16.8639					
Tasa de interés	0.1173	0.1197	0.98	0.327	-0.1172	0.3519
	0.1457	0.1118	1.30	0.193	-0.0735	0.3648
	-0.0395	0.1002	-0.39	0.693	-0.2360	0.1570
	0.2079	0.1125	1.85	0.065	-0.0126	0.4285
	0.0735	0.1033	0.71	0.477	-0.1290	0.2760
Subtotal	0.5049					
Tipo de cambio real	0.0131	0.0288	0.46	0.648	-0.0433	0.0696
t-1	0.0226	0.0434	0.52	0.602	-0.0625	0.1077
t-2	-0.0627	0.0458	-1.37	0.171	-0.1526	0.0271
t-3	0.0237	0.0507	0.47	0.640	-0.0757	0.1232
t-4	0.0357	0.0315	1.13	0.258	-0.0262	0.0975
Subtotal	0.0324					
Razón Deuda/Activos	0.0003	0.0007	0.50	0.616	-0.0010	0.0017
Constante	-15.4587	3.1550	-4.90	0.000	-21.6424	-9.2750
2. Intensidad de Salidas	Variable dependiente: dummy=1 si sale por otra razón en el trimestre					
Variable	Coefficiente	Error Est.	z	P > z	Intervalo Confianza 95%	
Tasa de crecimiento	-4.6037	2.4962	-1.84	0.065	-9.4962	0.2888
t-1	3.8030	2.6532	1.43	0.152	-1.3972	9.0032
t-2	0.7487	2.9151	0.26	0.797	-4.9647	6.4622
t-3	-3.2486	2.5430	-1.28	0.201	-8.2328	1.7356
t-4	-1.5569	2.2540	-0.69	0.490	-5.9747	2.8610
Subtotal	-4.8575					
Tasa de interés	0.0192	0.0346	0.55	0.579	-0.0486	0.0870
t-1	-0.0180	0.0362	-0.50	0.620	-0.0889	0.0529
t-2	0.0045	0.0353	0.13	0.900	-0.0648	0.0737
t-3	-0.0047	0.0334	-0.14	0.888	-0.0702	0.0607
t-4	0.0096	0.0329	0.29	0.770	-0.0548	0.0741
Subtotal	0.0106					
Tipo de cambio real	0.0096	0.0079	1.22	0.223	-0.0059	0.0251
	-0.0178	0.0122	-1.46	0.145	-0.0417	0.0061
	0.0125	0.0131	0.95	0.341	-0.0132	0.0382
	-0.0029	0.0135	-0.21	0.832	-0.0294	0.0236
	0.0018	0.0088	0.20	0.838	-0.0155	0.0191
Subtotal	0.0032					
Razón Deuda/Activos	0.0005	0.0001	3.94	0.000	0.0003	0.0008
Constante	-5.0286	0.9100	-5.53	0.000	-6.8122	-3.2450

Cuadro 16: Modelo de duración (continuación)

Test de hipótesis: significancia del conjunto completo de rezagos de cada variable				
	Quiebras		Salidas por otras razones	
	LR χ^2	Prob > χ^2	LR χ^2	Prob > χ^2
Tasa de crecimiento	16.12	0.7%	7.82	17%
Tasa de interés	20.28	0.1%	0.71	98%
Tipo de cambio real	10.13	7.2%	6.12	29%

Cuadro 17: Modelo de duración (continuación)

Efectos Marginales (una desviación estándar)		
(Evaluados en la media)		
	Instantáneo	Largo Plazo
Quiebras		
Tasa de crecimiento	-0.02%	-0.06%
Tasa de interés	0.03%	0.12%
Tipo de cambio real	0.05%	0.08%
Razón Deuda/Activos	0.00%	0.00%
Salidas por otras razones		
Tasa de crecimiento	-0.27%	-0.28%
Tasa de interés	0.07%	0.04%
Tipo de cambio real	0.35%	0.12%
Razón Deuda/Activos	0.00%	0.00%

La primera regresión probit, referida a la quiebras legales, tiene un muy buen ajuste global: su pseudo R^2 es de 85,5%¹⁰. Por otro lado, cada una de las tres variables macroeconómicas consideradas tiene una incidencia significativamente distinta de cero en un sentido estadístico cuando se las consideran como grupo, esto es, sin diferenciar entre los diversos rezagos incluidos, como se desprende de los test de razón de verosimilitud reportados en el cuadro 13. Esto, pese a que la mayor parte de los rezagos de cada variable aparece como no significativos cuando se toman por separado.

Respecto del signo de los coeficientes, aún cuando hay cierta variación dependiendo del rezago considerado (especialmente en el caso de la tasa de crecimiento del PIB), la suma de todos los coeficientes asociados a cada variable es del signo esperado. Así, la ecuación estimada refleja una probabilidad de quiebra legal que decrece con el crecimiento económico, y que aumenta con la tasa de interés y el tipo de cambio real. La razón de endeudamiento, sin embargo, no tiene significancia estadística en este modelo.

Sin embargo, la magnitud de los efectos de las variables macroeconómicas no es muy importante, como se aprecia al final del cuadro 13 (Efectos Marginales). En efecto, de moverse adversamente todas las variables en una desviación estándar, tendríamos un aumento en la probabilidad de quiebra de la empresa de sólo un 0,33%. Este cambio es sin duda pequeño, reflejando la incapacidad del modelo de explicar los casos individuales. El buen ajuste del modelo como un todo, entonces, se explicaría por los efectos aleatorios. No obstan-

¹⁰ La log-verosimilitud del modelo es de -205,5, mientras que la del modelo con sólo una constante es de -1.418,6.

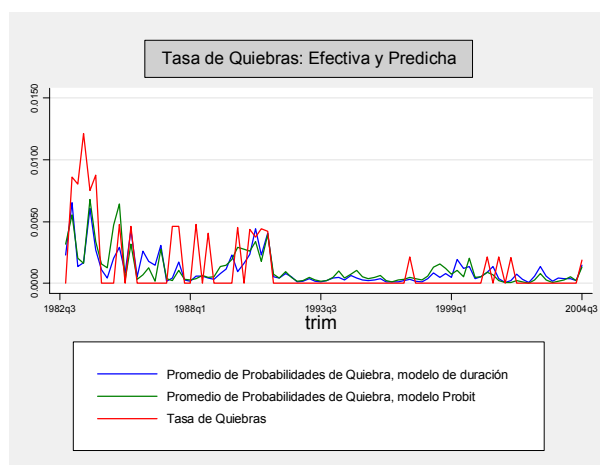
te lo anterior, ese es el mismo efecto predicho en el promedio de las probabilidades individuales de quiebra. Si se toma en cuenta que la probabilidad de quiebra promedio en la muestra es de sólo 0,64%, vemos que el efecto marginal descrito es, para el agregado, de una magnitud considerable.

El modelo de duración deja una impresión muy similar: la intensidad de ocurrencia de quiebras depende negativamente (y de manera significativa en el sentido estadístico) de la tasa de crecimiento de la economía, y positivamente de la tasa de interés y el tipo de cambio real. Nuevamente, la magnitud de los efectos es pequeña a nivel individual, pero económicamente significativa si se considera el promedio de las empresas. Así, el efecto de largo plazo de un cambio adverso de una desviación estándar en todas las variables macroeconómicas aumentaría la probabilidad de quebrar de una empresa (o del promedio de ellas) en 0,27%.

La figura 9 grafica las tasas de quiebra efectiva y predichas por los dos modelos considerados. El cuadro 18 entrega estadísticas descriptivas de estas series.

Tanto el modelo probit como el de duración muestran una capacidad similar de predicción; la correlación entre de cada uno de ellos con la tasa efectiva de quiebras es de 57% y 59%, respectivamente. La correlación de los predictores entre sí alcanza un 86%. Las quiebras han sido eventos tremendamente poco frecuentes desde los años 90 en adelante, por lo que los errores de predicción en ese período no parecen ser fáciles de superar por algún otro modelo estadístico. Se debe notar, sin embargo, la incapacidad de ambos modelos de pronosticar las quiebras ocurridas en 1987-1988.

Figura 9: Probabilidades estimadas y frecuencia de quiebras



Cuadro 18: Estadísticas descriptivas de probabilidades de quiebra

Estadísticas por variable	Obs.	Media	Desviación estándar	Mínimo	Máximo
Tasa de quiebras efectiva	88	0,118%	0,247%	0,000%	1,20%
Promedio probabilidad de quiebra probit	88	0,112%	0,139%	0,001%	0,68%
Promedio probabilidad de quiebra duración	88	0,104%	0,126%	0,004%	0,65%

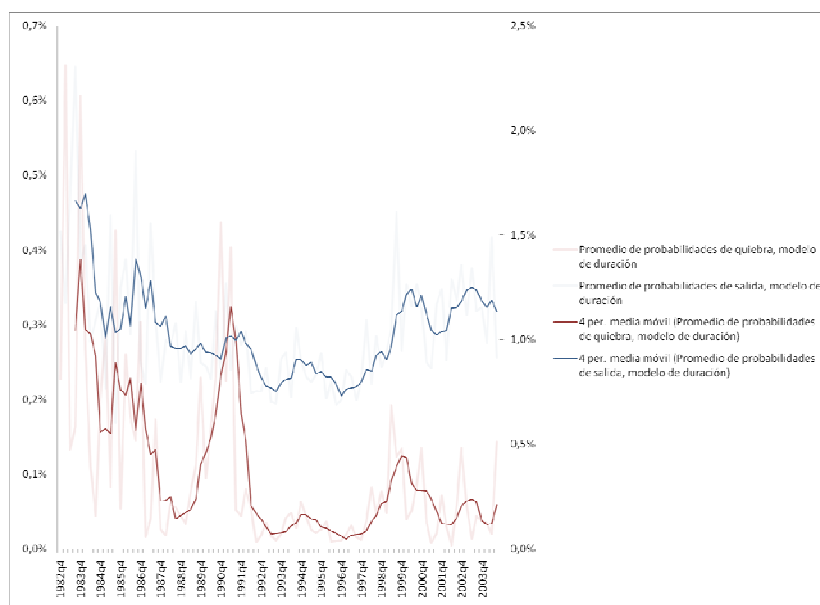
Matriz de correlaciones	A.	B.	C.
A. Tasa de quiebras efectiva	100%		
B. Promedio probabilidad de quiebra probit	59%	100%	
C. Promedio probabilidad de quiebra duración	57%	86%	100%

Respecto de las salidas de empresas por razones ajenas a la quiebra, ambos modelos retratan realidades con matices de alguna manera diferentes. Por una parte, el modelo probit arroja resultados no significativos para las variables macroeconómicas (cuadro 14), siendo el ajuste global del modelo muy inferior al equivalente para las quiebras (el pseudo R^2 es de 29,6%). Esta regla admite dos excepciones: la tasa de crecimiento contemporánea y la razón de endeudamiento de la empresa. El primer resultado es difícil de interpretar, toda vez que el conjunto de rezagos de la tasa de crecimiento no es significativo. El segundo, referido al endeudamiento, es sorprendente: empresas que disminuyen su nivel de endeudamiento tendrían una mayor probabilidad de salir (esto es, cerrarse, fusionarse o terminar el giro). Sin embargo, la magnitud del efecto es demasiado pequeña como para ameritar una investigación más profunda (al efecto, véanse los efectos marginales al pie del cuadro 14), máxime en el contexto de un ajuste global pobre.

Por otra parte, el modelo de duración encuentra un efecto significativo tanto de la tasa de crecimiento de la economía (cuadro 16) como de la razón de endeudamiento de las empresas (cuadro 15). La relación con el crecimiento es inversa: las salidas se harían más frecuentes en periodos recesivos. Esto es coherente con el hecho de que las reestructuraciones de pasivos ocurren con mayor intensidad en situaciones de problemas financieros de las empresas. El modelo de duración muestra una relación con el endeudamiento similar a la del modelo probit: la relación es inversa, significativa estadísticamente, pero de una magnitud demasiado pequeña como para considerarse significativa en el sentido económico (cuadro 17).

Es interesante observar la estrecha relación que existe entre la probabilidad estimada de quebrar, y la probabilidad estimada de salir por otras razones. Véanse a tal efecto tanto la similitud entre los coeficientes de ambas ecuaciones, como la figura 10, en que se destacan promedios móviles a cuatro trimestres de las probabilidades promedio estimadas. Esto de alguna manera valida nuestra aprensión inicial: la salida (por fusión, o privatización) está altamente relacionada con el riesgo de quiebra de la empresa. Por esta razón, las salidas también debieran ser consideradas en el monitoreo de la estabilidad financiera de la economía.

Figura 10: Probabilidades de quiebra y salida del modelo de duración



6. Discusión

Este trabajo constituye una primera aproximación a la predicción de situaciones de insolvencia generalizada de empresas no financieras para Chile. La búsqueda de indicadores de estabilidad financiera del sector real de la economía enfrenta, como cualquier análisis empírico, el problema de la falta de información. Por una parte, se cuenta con información de un subconjunto de las empresas, el de las sociedades anónimas. De este subconjunto, existe información de patrimonio bursátil para un período considerablemente menor que el período para el cual se cuenta con información contable. Así, mientras la literatura reciente de la predicción de quiebras (Duffie et al., 2005, Bunn y Redwood, 2003) aconseja el uso de modelos estadísticos con variables de mercado, las limitantes expuestas nos fuerzan a escoger entre modelos estadísticos, como probit o de duración, y modelos de riesgo de crédito, basados enteramente en un modelo probabilístico.

Sin embargo, y aún cuando la predicción individual de quiebras no alcanza una precisión adecuada, la predicción agregada es más auspiciosa. Así, encontramos que las probabilidades estimadas de quiebra del modelo de riesgo de crédito, basado en la teoría de opciones, tiene una alta correlación con indicadores tradicionales de riesgo de la banca, y parece anticiparlos hasta en tres trimestres. Del mismo modo, los modelos probit y de duración predicen probabilidades promedio de quiebras que se correlacionan significativamente con la tasa de quiebras efectiva. Ambos caminos son promisorios (y probablemente complementarios) en el monitoreo de la salud financiera del sector real.

En relación con los determinantes de las quiebras, en los modelos estadísticos analizados las variables macroeconómicas crecimiento, tasa de interés y tipo de cambio real aparecen como predictores importantes de la quiebra, el primero en cuanto determinante de las ventas y valor de los activos, y los segundos en su condición de determinantes del valor de los pasivos. El endeudamiento de la empresa, curiosamente, no parece tener un efecto significativo. No obstante lo anterior, sí aparece como un determinante importante de la probabilidad de que la empresa salga por razones ajenas a la quiebra (esto es, se reestructure, convirtiéndose en cerrada o se fusione con otra).

Si bien es posible aventurar hipótesis respecto de este último punto, como por ejemplo la preferencia de la reestructuración por sobre la quiebra en situaciones de problemas financieros, esta observación merece un análisis más profundo. Una posibilidad sería considerar una corrección por riesgo del negocio para la variable

de endeudamiento –un ejemplo prominente de tales correcciones es, precisamente, la distancia al incumplimiento–, habida cuenta de la enorme heterogeneidad entre industrias. Como se dijo, esto no es posible con la información con que se contó para este estudio.

Similarmente, los modelos estadísticos estimados sin duda admiten mejoras. Desde el punto de vista analítico, por ejemplo, la estimación de los modelos probit ganaría en eficiencia si se estimara como probit bivariado. Por otra parte, la consideración de efectos industria (Chava y Jarrow, 2004) se podría abordar con un modelo de coeficientes aleatorios. Hasta donde el autor conoce, sin embargo, ninguno de estos modelos ha sido desarrollado aún en el contexto de datos de panel, y se dejan en consecuencia para investigación futura.

Referencias

Altman (1968), Financial Ratios, Discriminant Analysis, and the Prediction of Corporate Bankruptcy, *Journal of Finance* 23, 589-609.

Aziz, A. y H. Dar (2003), Predicting Corporate Bankruptcy: Whither do we Stand?, mimeo.

Charitou, A. y L. Trigeorgis (2002), Option-Based Bankruptcy Prediction, mimeo.

Chava, S. y R. Jarrow (2004), Bankruptcy Prediction with Industry Effects, mimeo.

Das, S., D. Duffie y N. Kapadia (2004), Common Failings: How Corporate Defaults are Correlated, mimeo.

Duffie, D. y K. Singleton (2003), Credit Risk: Pricing, Measurement, and Management, Princeton University Press.

Duffie, D. y K. Wang (2004), Multi-Period Corporate Failure Prediction with Stochastic Covariates, NBER Working Paper 10743.

Duffie, D., L. Saita y K. Wang (2005), Multi-Period Corporate Default Prediction with Stochastic Covariates, mimeo, Stanford University.

Gould, W., J. Pitblado y W. Sribney: "Maximum Likelihood Estimation with Stata". Stata Press, 2003.

Hillegeist, S. y E. Keating (2002), Assessing the Probability of Bankruptcy, mimeo.

Cheng Hsiao y M. Hashem Pesaran (2004), Random Coefficient Panel Data Models, IEPR WORKING PAPER 04.2.

Kealhofer, S. (2003) Quantifying Credit Risk I: Default Prediction, *Financial Analysts Journal*, January-February, 30-44.

Lancaster, T. (1990): The Econometric Analysis of Transition Data, Econometric Society Monograph No. 17, Cambridge University Press.

Merton, R. (1974), On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates, *Journal of Finance* 29, 449-470.

Shumway, T. (2001), Forecasting Bankruptcy more Accurately: A Simple Hazard Model, *Journal of Business* 71, 101-124.

Vasicek, O. (1984), Credit Valuation, KMV Corporation.

Zmijewski, M. (1984), Methodological Issues Related to the Estimation of Financial Distress Prediction Models, *Journal of Accounting Research* 22, 59-82.

Anexos

A. Código Matlab para la generación de la serie de valor de la empresa

Se busca, para cada empresa en forma separada, una serie $\{V_t\}$ que satisfaga las siguientes ecuaciones:

$$W_t = V_t \Phi \left(\frac{\ln \left(\frac{V_{t+4}}{L_{t+4}} \right) + 4 \left(r + \frac{1}{2} \hat{\sigma}_A^2 \right)}{\hat{\sigma}_A \sqrt{4}} \right) - L_{t+4} e^{-4r_t} \Phi \left(\frac{\ln \left(\frac{V_{t+4}}{L_{t+4}} \right) + 4 \left(r + \frac{1}{2} \hat{\sigma}_A^2 \right)}{\hat{\sigma}_A \sqrt{4}} - \hat{\sigma}_A \sqrt{4} \right)$$

$$\hat{\mu}_A = \frac{1}{T} \sum_t \ln V_t - \ln V_{t-1}$$

$$\hat{\sigma}_A = \frac{1}{T} \sum_t \left(\ln \frac{V_t}{V_{t-1}} - \mu_A \right)^2$$

Conceptualmente, se trata de la búsqueda de una raíz: dada una serie $\{V_t\}_{t=1}^T$ este sistema de ecuaciones genera una única serie $\{\hat{W}_t\}_{t=1}^T$, donde la series de deuda $\{L_t\}_{t=1}^T$ (recuerde que L se define como la deuda de corto plazo más la mitad de la de largo plazo según balance) y de tasa de interés $\{r_t\}_{t=1}^T$ son parámetros. En términos vectoriales tenemos $\hat{W} = f(\mathbf{V})$. El procedimiento apunta a encontrar la serie V que satisfaga $\hat{W} - W = 0$. Desafortunadamente, y hasta donde el autor conoce, hasta el momento no se ha estudiado esta ecuación al punto de poder establecer la unicidad de dicha solución. Por ello, es posible imaginar que el resultado dependa de las condiciones iniciales. Se toma como valor inicial $V_0 = W + L_{libro}$.

El programa de Matlab es el siguiente:

```
clear;
% Importar archivo panel.xls
V=data(:,9)-data(:,8)+data(:,10); % Vcontable - Wcontable + W bursátil
LV=log(V); % Calcula ln(V)
dLV=filter([1 -1],1,LV); % calcula dlnV
A=[data V dLV]; % concatena en A los datos originales con los vectores V y dLV
for i=0:201; % 201 empresas
a=40*i+1; % 40 trimestres cada una
b=a+39;
L=A(a:b,7) % obtiene el vector de deuda de cada empresa
W=A(a:b,10); % obtiene el patrimonio bursátil
r=A(a:b,5) % obtiene la serie de tasas de interés
x0=V(a:b); % define el punto de partida en la iteración
```

```

x0(~isreal(x0))=NaN ; % transforma en no disponibles números complejos
Z=[x0 L r W]
x0=Z(:,1);
L=Z(:,2);
r=Z(:,3);
W=Z(:,4);
options=optimset('Display','iter'); % Option to display output
[x,fval,exitflag,output] = fsolve(@FAUN,x0,options,L,r,W) ; % llama al optimizador
j=i+1;
if j==1
MiV=x;
else MiV=cat(2,MiV,x) % concatena los V de cada empresa
end
end;
MiVcol=reshape(MiV,8040,1) ; % arregla MiV como vector columna

```

La función FAUN llamada por el programa está definida por:

```

function FAUN=FAUN(x,P1,P2,P3)
FAUN = (0.5*x.*erfc(-(log(x) - log(P1) + 4*(P2 + 0.5*repmat(max(0.00001,var(filter([1
1],1,log(x))<1000000000)),length(x),1)))/(repmat(max(0.00001,std(filter([1
1],1,log(x))<1000000000)),length(x),1)*2))/(2^0.5))

- P1.*exp(-4*P2)*0.5.*erfc(-(log(x) - log(P1) +4*(P2 + 0.5*repmat(max(0.00001,var(filter([1
1],1,log(x))<1000000000)),length(x),1)))/(repmat(max(0.00001,std(filter([1
1],1,log(x))<1000000000)),length(x),1)*2)- repmat(max(0.00001,std(filter([1
1],1,log(x))<1000000000)),length(x),1)*2))/(2^0.5-P3);

```

Algebraicamente:

$$\begin{aligned}
\text{Faun} &= 0.5x \operatorname{erfc} \left(-\frac{(\ln x - \ln P1 + 4(P2 + 0.5 * \hat{\sigma}^2))}{2\hat{\sigma}} \right) \\
&\quad - P1 \exp(-4P2) \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(-\left(\frac{(\ln x - \ln P1 + 4(P2 + 0.5\hat{\sigma}^2))}{2\hat{\sigma}} - 2\hat{\sigma} \right) \frac{1}{\sqrt{2}} \right) - P3
\end{aligned}$$

donde erfc es la función de error complementaria, definida por:

$$\begin{aligned}
\operatorname{erfc}(z) &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_z^{\infty} \exp(-t^2) dt \\
&= 1 - \operatorname{erf}(z) \\
&= 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp(-t^2) dt
\end{aligned}$$

Observe que:

$$\begin{aligned}\Phi(x) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{erf} c\left(-\frac{x}{\sqrt{2}}\right)\end{aligned}$$

B. Probabilidad estimada y cartera vencida: precedencia

Cuadro 19: VAR

Variable	Coefficient	(Std. Err.)
Equation 1 : cartvenc		
L.cartvenc	1.077	(0.171)
L2.cartvenc	-0.233	(0.241)
L3.cartvenc	-0.168	(0.231)
L4.cartvenc	0.111	(0.152)
L.Prob	-0.002	(0.027)
L2.Prob	0.087	(0.038)
L3.Prob	-0.052	(0.039)
L4.Prob	0.003	(0.029)
Intercept	0.002	(0.001)
Equation 2 : Prob		
L.cartvenc	1.358	(1.166)
L2.cartvenc	-0.857	(1.644)
L3.cartvenc	-0.590	(1.573)
L4.cartvenc	0.833	(1.035)
L.Prob	1.029	(0.185)
L2.Prob	0.017	(0.262)
L3.Prob	-0.293	(0.263)
L4.Prob	0.011	(0.199)
Intercept	0.000	(0.004)
N	36	
Log-likelihood	342.579	

Cuadro 20: Criterios de selección de orden

lag	LL	LR	df	p	FPE	AIC	HQIC	SBIC
0	269.997				1.2e-09	-14.8887	-14.858	-14.8007
1	335.895	131.8*	4	0.000	3.8e-11	-18.3275	-18.2354*	-18.0636*
2	340.022	8.254	4	0.083	3.7e-11*	-18.3345*	-18.181	-17.8947
3	342.051	4.0587	4	0.398	4.2e-11	-18.2251	-18.0101	-17.6093
4	342.579	1.0554	4	0.901	5.2e-11	-18.0322	-17.7558	-17.2404

C. Código Stata para el modelo de Duffie y Wang

La función de verosimilitud es:

$$\ln \ell = \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^T \left\{ (1 - y_{it}^{\lambda} - y_{it}^{\alpha}) \ln(1 - a) + y_{it}^{\lambda} \ln \left(\frac{\exp(\mu' \mathbf{x}_{it})}{\exp(\mu' \mathbf{x}_{it}) + \exp(\nu' \mathbf{x}_{it})} a \right) + y_{it}^{\alpha} \ln \left(\frac{\exp(\nu' \mathbf{x}_{it})}{\exp(\mu' \mathbf{x}_{it}) + \exp(\nu' \mathbf{x}_{it})} a \right) \right\},$$

Donde:

$$a = \left[1 - \exp \left(- \left(\exp(\mu' \mathbf{x}_{it}) + \exp(\nu' \mathbf{x}_{it}) \right) \right) \right]$$

es la probabilidad de salida (por cualquier razón) en el trimestre corriente.

El código Stata (versión 9) para el modelo de duración, que maximiza el logaritmo de la función de verosimilitud con el método d0 (ver Gould, Pitblado y Sribney, 2003) es el siguiente:

```

program define DW_d0
version 9.0
args todo b lnf
tempvar Mux Nux lnfj Suj a
mleval `Mux'=`b', eq(1)
mleval `Nux'=`b', eq(2)
local id rut
local t trim
local T last
sort `id' `t'
quietly {
gen double `a'=(1-exp(-(exp(`Mux')+exp(`Nux')))))
gen double `lnfj'=ln((exp(`Mux')/(exp(`Mux')+exp(`Nux')))*`a') if $ML_y1==1
replace `lnfj'=ln((exp(`Nux')/(exp(`Mux')+exp(`Nux')))*`a') if $ML_y2==1
replace `lnfj'=ln(1-`a') if $ML_y1==0 & $ML_y2==0
by `id': gen double `Suj'=sum(`lnfj')
mlsum `lnf'=`Suj' if `T'==1
}
end

```

D. Efectos marginales

Bajo la convención de que la variable dicotómica toma el valor 1 si $y^* > 0$, entonces las respectivas probabilidades de salida en el periodo inmediato son:

Probit:

$$\Pr(y_{it} = 1) = \Phi(\beta' \mathbf{x}_{it})$$
$$\frac{\partial \Pr(y_{it} = 1)}{\partial \mathbf{x}} = \phi(\beta' \mathbf{x}_{it}) \beta$$

Logit:

$$\Pr(y_{it} = 1) = \frac{\exp(\beta' \mathbf{x}_{it})}{1 + \exp(\beta' \mathbf{x}_{it})}$$
$$\frac{\partial \Pr(y_{it} = 1)}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\exp(\beta' \mathbf{x}_{it})}{1 + \exp(\beta' \mathbf{x}_{it})} \left(1 - \frac{\exp(\beta' \mathbf{x}_{it})}{1 + \exp(\beta' \mathbf{x}_{it})} \right) \beta$$

Duración (intensidad constante):

$$\Pr(y_{it} = 1) = (1 - \exp\{-h(\beta' \mathbf{x}_{it})\})$$

con $h(\beta' \mathbf{x}_{it}) = \exp(\beta' \mathbf{x}_{it})$:

$$\Pr(y_{it} = 1) = (1 - \exp\{-\exp(\beta' \mathbf{x}_{it})\})$$
$$\frac{\partial \Pr(y_{it} = 1)}{\partial \mathbf{x}} = \exp(\beta' \mathbf{x}_{it}) \exp(-\exp(\beta' \mathbf{x}_{it})) \beta$$